UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIADS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Taller de repaso para examen 4 *Profesor:* ____________________

Nombre: __________________________________ Código:________________ Grupo: __

Fecha: 22 de mayo de 2017

1. Determine una base para $H = H_1 \cap H_2$ y de su dimensión, donde

$$H_1 = \{(x, y, z) \mid 3x - 2y + z = 0\} \quad \text{y} \quad H_2 = \text{gen}\,\{(1,3,0),(1,1,2)\}$$

2. Encuentre una base para $\ker \boldsymbol{A}$ y para $\operatorname{im} \boldsymbol{A}$, donde $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & -5 & -2 \\ 5 & -6 & 9 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Halle una transformación lineal $T : \mathbb{P}_2 \mapsto \mathbb{P}_2$ de modo que $T(1) = 1+x$, $T(1+x) = 2+3x+x^2$ y $T(1-x+x^2) = 3+4x+x^2$. Determine

   a) La nulidad y el rango de T, encontrando una base para $\ker T$ e $\operatorname{im} T$.

   b) La matriz A_T que representa T con respecto a las bases

$$\mathcal{B}_1 = \left\{1, x, x^2\right\} \;\text{ y }\; \mathcal{B}_2 = \left\{1-x, 1+x^2, 1-x+x^2\right\}.$$

4. Halle α y β de modo que $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ sea un vector propio de $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \alpha - \beta & \beta \\ \beta & 2\alpha - \beta \end{pmatrix}$ con valor propio $\lambda_1 = 4$. Encuentre el otro valor propio de $\boldsymbol{A}$ y su espacio propio correspondiente.

5. **FALSO Y VERDADERO. Responda verdadero o falso cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique claramente sus respuestas.**

   a) __ Existe un valor de k, de modo que $\mathbf{u} = (1,3,-1)$ está en $H = \text{gen}\,\{(1,k,-2),(2,3,-5)\}$.

   b) __ Si $\mathcal{B} = \{\mathbf{v}_1 = x+1, \mathbf{v}_2 = x^2+1, \mathbf{v}_3 = x^2+x+1\}$ y $\mathbf{u} = 3x^2 - 2x + 4$, entonces

$$[\mathbf{u}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

   c) __ La transformación lineal $T : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^3$ dada por $T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ -x+y \\ 2x+3y \end{pmatrix}$ es uno a uno.

   d) __ $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ es un vector propio de de $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.