

Taller No. 3 de Álgebra Lineal

Tema: Rectas, planos, matrices y determinantes

Nombre: _____ Código: _____ Grupo: _____

Fecha: _____

RECTAS Y PLANOS

1. Considere las rectas de ecuaciones

$$\mathcal{L}_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}, \quad \mathcal{L}_2 : \begin{cases} x = 3 - r \\ y = 3 + 2r; r \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + 2r \end{cases} \quad \text{y} \quad \mathcal{L}_3 : \begin{cases} x = 2 - 4\lambda \\ y = 5 + 2\lambda; \lambda \in \mathbb{R}. \\ z = 4 + 5\lambda \end{cases}$$

- a) Muestre que las rectas se cortan dos a dos, encontrando el punto de intersección entre cada par de rectas y calcule el área del triángulo que se forma.
b) Halle un cuarto punto en eje z de modo que se forme un tetraedro de volumen $V = 5 \text{ unid}^3$.
2. Considere el plano π_1 y las rectas \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 cuyas ecuaciones son, respectivamente

$$\pi_1 : 2x - 2y + 3z = 5, \quad \mathcal{L}_1 : \frac{x-1}{-1} = y - 2 = \frac{z+1}{3} \quad \text{y} \quad \mathcal{L}_2 : \begin{cases} x = 1 + r \\ y = 2 - r, r \in \mathbb{R} \\ z = -5 + r \end{cases}$$

- a) Muestre que \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 se cortan.
b) Determine el punto donde \mathcal{L}_1 atraviesa al plano π_1 .
c) Encuentre una ecuación cartesiana para el plano π_2 que contiene a las rectas \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 .

MATRICES Y DETERMINANTES

1. Halle el valor de α de modo que $\mathbf{A}(\mathbf{A} - \alpha\mathbf{I}) = \mathbf{O}$, en donde $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix}$ y \mathbf{O} es la matriz nula. Calcule luego, $|\mathbf{A} - \alpha\mathbf{I}|$.
2. Sea $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Halle los valores de λ , de modo que $|\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}| = 0$.
3. Sean \mathbf{A}, \mathbf{B} y \mathbf{C} matrices 4×4 tales que $|\mathbf{A}| = 4, |\mathbf{B}| = 3$ y $|\mathbf{C}| = -3$.
- a) Simplifique $\mathbf{X} = |\mathbf{A}\mathbf{B}^{-1}| \text{adj } \mathbf{C} (\mathbf{C}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} + \mathbf{C}\mathbf{A}) (2\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A})^{-1}$.
b) Determine la componente x_{33} de la matriz \mathbf{X} si $b_{33} = -2$.

VERDADERO O FALSO

Responda verdadero o falso. Justifique claramente su respuesta.

1. ___ Existe un valor de m de modo que la recta \mathcal{L} de ecuación: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-5}{m} = z-2$, es paralela al plano $x + 2y - 3z = 5$.
2. ___ Si \mathbf{A} es una matriz nilpotente con índice de nilpotencia $k \geq 2$, entonces $\mathbf{I} - \mathbf{A}$ es invertible.
3. ___ Si \mathbf{A} y \mathbf{B} son matrices 3×3 tales que $|\mathbf{A}| = 2$ y $|\mathbf{B}| = -3$, entonces $|-3\mathbf{A}\mathbf{B}^{-1}| = 18$.
4. ___ Si $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -6$ entonces $\begin{vmatrix} 5b & 5e & 5h \\ 2a-3b & 2d-3e & 2g-3h \\ c & f & i \end{vmatrix} = 60$.