UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
Facultad de Ciencias Básicas – Depto. de Matemáticas

Taller No. 2 de Álgebra Lineal Tema: Matrices, determinantes y espacios vectoriales

Nombre: ______________________________ Código: ____________________ Grupo: 13

1. Sean $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & -4 \end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 4 & -3 & -2 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.

   a) Calcule $\boldsymbol{AB}$ y $\boldsymbol{BA}^T$.

   b) Encuentre una matriz $\boldsymbol{C}$ tal que $\boldsymbol{BA}^T + 2\boldsymbol{C} = O$.

2. Halle, si existe, la inversa de las siguientes matrices

   a) $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

   b) $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -2 & 4 & 4 \\ 1 & -4 & 3 \end{pmatrix}$

3. Un proyecto de investigación nutricional comprende adultos y niños de ambos sexos. La composición de los participantes está dada por la matriz

$$A = \begin{array}{cc} \text{Adultos} & \text{Niños} \\ \left[\begin{array}{cc} 40 & 50 \\ 70 & 80 \end{array}\right] & \begin{array}{l} \text{Hombres} \\ \text{Mujeres} \end{array} \end{array}$$

   El número de gramos diarios de proteínas, grasa y carbohidratos que consume cada niño y adulto está dado por la matriz

$$\boldsymbol{B} = \begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} \text{Proteinas} & \text{Grasas} & \text{Carbohidratos} \end{array} & \\ \left[\begin{array}{ccc} 20 & 20 & 20 \\ 10 & 20 & 30 \end{array}\right] & \begin{array}{l} \text{Adultos} \\ \text{Niños} \end{array} \end{array}$$

   a) ¿Qué representa el número 50 en la matriz $\boldsymbol{A}$?

   b) ¿Cuántos gramos de carbohidratos ingieren diariamente todas mujeres del proyecto?

   c) ¿cuántos gramos de grasa consumen a diario todos las hombres?

   d) ¿Qué representa la matriz $\boldsymbol{AB}$?

4. Sean $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ y $\boldsymbol{G}$ matrices de orden 3. Si $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ son ortogonales, $\boldsymbol{C}$ es simétrica. Simplifique la matriz $\boldsymbol{G}$ si

$$\boldsymbol{G} = \frac{1}{5}\boldsymbol{C}^{-T}\left(2\boldsymbol{CAB}^T + 2\boldsymbol{CB}^T\right)\left(\frac{1}{10}\boldsymbol{AB}^{-1}\right)^{-1}.$$

5. Sean $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ matrices cuadradas de orden 4. Si $\left|-\boldsymbol{B}^{-1}\right| = \frac{1}{2}$ y $|\boldsymbol{A}| = 3$, calcule el determinante de la matriz $\boldsymbol{C}$ si se sabe que

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{B}\left(\operatorname{adj}\boldsymbol{B} - \boldsymbol{B}^{-1}\right)\right) + \boldsymbol{A}.$$

6. Encuentre un valor o los valores de k de modo que $f(x) = 3 + 5x + kx^2$ sea combinación lineal de $f_1(x) = 1 + 2x - x^2$, $f_2(x) = 1 + 3x + x^2$ y $f_3(x) = 2 + 3x - 4x^2$.

7. Halle una base para $H = H_1 \cap H_2$ y determine su dimensión, donde

$$H_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} : 3x - 2y + z + w = 0 \right\} \quad \text{y} \quad H_2 = \text{gen}\left\{ \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

8. Encuentre una base para $\ker \boldsymbol{A}$ y para $\operatorname{im} \boldsymbol{A}$, donde $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & -5 & -2 \\ 5 & -6 & 9 & 4 \end{pmatrix}$.