

## Taller N 4: Matemáticas 1 A.

Día 1: Taller solo para estudiar. No entregar.

### LA ELIPSE

#### 11.2 Ejercicios Las respuestas a los problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-28.

En los problemas 1 a 20, determine el centro, focos, vértices y extremos del eje menor, así como la excentricidad de la elipse. Haga una gráfica de la elipse.

1.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

2.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

3.  $x^2 + \frac{y^2}{16} = 1$

4.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{10} = 1$

5.  $9x^2 + 16y^2 = 144$

6.  $2x^2 + y^2 = 4$

7.  $9x^2 + 4y^2 = 36$

8.  $x^2 + 4y^2 = 4$

9.  $\frac{(x-1)^2}{49} + \frac{(y-3)^2}{36} = 1$

10.  $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{36} = 1$

11.  $(x+5)^2 + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$

12.  $\frac{(x-3)^2}{64} + \frac{(y+4)^2}{81} = 1$

13.  $4x^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = 4$

14.  $36(x+2)^2 + (y+4)^2 = 72$

15.  $5(x-1)^2 + 3(y+2)^2 = 45$

16.  $6(x-2)^2 + 8y^2 = 48$

17.  $25x^2 + 9y^2 - 100x + 18y - 116 = 0$

18.  $9x^2 + 5y^2 + 18x - 10y - 31 = 0$

19.  $x^2 + 3y^2 + 18y + 18 = 0$

20.  $12x^2 + 4y^2 - 24x - 4y + 1 = 0$

En los problemas 21 a 40, deduzca la ecuación de la elipse que satisfaga las condiciones indicadas.

21. Vértices en  $(\pm 5, 0)$ , focos en  $(\pm 3, 0)$

22. Vértices en  $(\pm 9, 0)$ , focos en  $(\pm 2, 0)$

23. Vértices en  $(0, \pm 3)$ , focos en  $(0, \pm 1)$

24. Vértices en  $(0, \pm 7)$ , focos en  $(0, \pm 3)$

25. Vértices en  $(0, \pm 3)$ , extremos del eje menor en  $(\pm 1, 0)$

26. Vértices en  $(\pm 4, 0)$ , extremos del eje menor en  $(0, \pm 2)$

27. Vértices en  $(-3, -3)$ ,  $(5, -3)$ , extremos del eje menor en  $(1, -1)$ ,  $(1, -5)$

28. Vértices en  $(1, -6)$ ,  $(1, 2)$ , extremos del eje menor en  $(-2, -2)$ ,  $(4, -2)$

29. Un foco en  $(0, -2)$ , centro en el origen  $b = 3$

30. Un foco en  $(1, 0)$ , centro en el origen  $a = 3$

31. Focos en  $(\pm\sqrt{2}, 0)$ , longitud del eje menor 6

32. Focos en  $(0, \pm\sqrt{5})$ , longitud del eje mayor 16

33. Focos en  $(0, \pm 3)$ , pasa por  $(-1, 2\sqrt{2})$

34. Vértices en  $(\pm 5, 0)$ , pasa por  $(\sqrt{5}, 4)$

35. Vértices en  $(\pm 4, 1)$ , pasa por  $(2\sqrt{3}, 2)$

36. Centro en  $(1, -1)$ , un foco en  $(1, 1)$ ,  $a = 5$

37. Centro en  $(1, 3)$ , un foco en  $(1, 0)$ , un vértice en  $(1, -1)$

38. Centro en  $(5, -7)$ , longitud del eje mayor vertical 8, longitud del eje menor 6

39. Extremos del eje menor en  $(0, 5)$ ,  $(0, -1)$ , un foco en  $(6, 2)$

40. Extremos del eje mayor en  $(2, 4)$ ,  $(13, 4)$ , un foco en  $(4, 4)$

## 10.3 Evalúe su comprensión

“¿Está preparado?” Las respuestas se dan al final de estos ejercicios. Si obtiene una respuesta equivocada, lea las páginas indicadas en azul.

### Conceptos y vocabulario

- Un(a) \_\_\_\_\_ es la colección de todos los puntos del plano en los que la suma de sus distancias a dos puntos fijos es constante.
- En una elipse, los focos quedan sobre una recta llamada el eje \_\_\_\_\_.
- Los vértices de la elipse  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ , son los puntos \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_.
- Falso o verdadero:* los focos, los vértices y el centro de una elipse quedan sobre una recta llamada eje de simetría.
- Falso o verdadero:* si el centro de una elipse está en el origen, y los focos quedan sobre el eje  $y$ , la elipse es simétrica respecto del eje  $x$ , al eje  $y$  y al origen.
- Falso o verdadero:* un círculo es cierto tipo de elipse.

### Ejercicios

En los problemas 13-16, se da la gráfica de una elipse. Relacione cada gráfica con su ecuación.

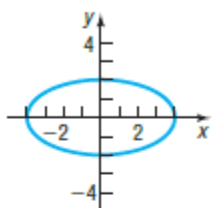
A.  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

B.  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

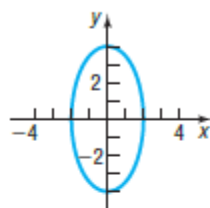
C.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

D.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

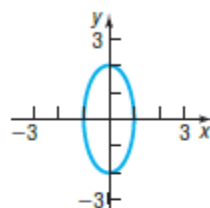
13.



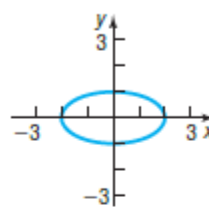
14.



15.



16.



En los problemas 17-26, encuentre los vértices y focos de cada elipse. Grafique cada una de las ecuaciones.

17.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$

18.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

19.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

20.  $x^2 + \frac{y^2}{16} = 1$

21.  $4x^2 + y^2 = 16$

22.  $x^2 + 9y^2 = 18$

23.  $4y^2 + x^2 = 8$

24.  $4y^2 + 9x^2 = 36$

25.  $x^2 + y^2 = 16$

26.  $x^2 + y^2 = 4$

En los problemas 27-38, encuentre la ecuación de cada elipse. Grafique la ecuación.

27. Centro en  $(0,0)$ ; foco en  $(3,0)$ ; vértice en  $(5,0)$

28. Centro en  $(0,0)$ ; foco en  $(-1,0)$ ; vértice en  $(3,0)$

29. Centro en  $(0,0)$ ; foco en  $(0,-4)$ ; vértice en  $(0,5)$

30. Centro en  $(0,0)$ ; foco en  $(0,1)$ ; vértice en  $(0,-2)$

31. Foco en  $(\pm 2,0)$ ; la longitud del eje mayor es 6

32. Foco en  $(0,\pm 2)$ ; la longitud del eje mayor es 8

33. Foco en  $(-4,0)$ ; vértices en  $(\pm 5,0)$

34. Foco en  $(0,-4)$ ; vértices en  $(0,\pm 8)$

35. Focos en  $(0,\pm 3)$ ; las intersecciones en  $x$  son  $\pm 2$

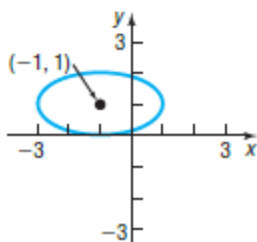
36. Vértices en  $(\pm 4,0)$ ; las intersecciones en  $y$  son  $\pm 1$

37. Centro en  $(0,0)$ ; vértice en  $(0,4)$ ;  $b = 1$

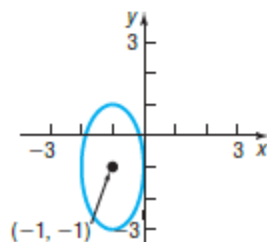
38. Vértices en  $(\pm 5,0)$ ;  $c = 2$

En los problemas 39-42, escriba la ecuación de cada elipse.

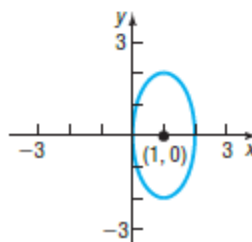
39.



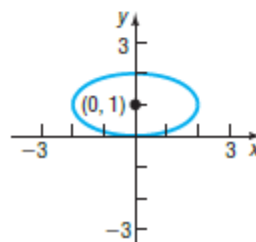
40.



41.



42.



En los problemas 43-54, analice cada ecuación, es decir, encuentre el centro, los focos y los vértices de cada elipse. Grafique cada una de las ecuaciones.

43.  $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$

44.  $\frac{(x+4)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$

45.  $(x+5)^2 + 4(y-4)^2 = 16$

46.  $9(x-3)^2 + (y+2)^2 = 18$

47.  $x^2 + 4x + 4y^2 - 8y + 4 = 0$

48.  $x^2 + 3y^2 - 12y + 9 = 0$

49.  $2x^2 + 3y^2 - 8x + 6y + 5 = 0$

50.  $4x^2 + 3y^2 + 8x - 6y = 5$

51.  $9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0$

52.  $x^2 + 9y^2 + 6x - 18y + 9 = 0$

53.  $4x^2 + y^2 + 4y = 0$

54.  $9x^2 + y^2 - 18x = 0$

En los problemas 55-64, encuentre la ecuación de cada elipse. Grafique la ecuación.

55. Centro en (2, -2); vértice en (7, -2); foco en (4, -2)

56. Centro en (-3, 1); vértice en (-3, 3); foco en (-3, 0)

57. Vértices en (4, 3) y (4, 9); foco en (4, 8)

58. Focos en (1, 2) y (-3, 2); vértice en (-4, 2)

59. Focos en (5, 1) y (-1, 1); la longitud del eje mayor es 8

60. Vértices en (2, 5) y (2, -1);  $c = 2$

61. Centro en (1, 2); foco en (4, 2); contiene al punto (1, 3)

62. Centro en (1, 2); foco en (1, 4); contiene al punto (2, 2)

63. Centro en (1, 2); vértice en (4, 2); contiene al punto (1, 3)

64. Centro en (1, 2); vértice en (1, 4); contiene al punto (2, 2)

En los problemas 65-68, grafique cada función.

[Sugerencia: Observe que cada una de las funciones es media elipse].

65.  $f(x) = \sqrt{16 - 4x^2}$

66.  $f(x) = \sqrt{9 - 9x^2}$

67.  $f(x) = -\sqrt{64 - 16x^2}$

68.  $f(x) = -\sqrt{4 - 4x^2}$

## LA HIPERBOLA

### 11.3 Ejercicios Las respuestas a los problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-29.

En los problemas 1 a 20, localice centro, focos y vértices y determine las asíntotas y la excentricidad de las hipérbolas. Trace la gráfica de la hipérbola.

1.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$

10.  $\frac{(x+2)^2}{10} - \frac{(y+4)^2}{25} = 1$

2.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$

11.  $\frac{(y-4)^2}{36} - x^2 = 1$

3.  $\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{9} = 1$

12.  $\frac{(y-\frac{1}{4})^2}{4} - \frac{(x+3)^2}{9} = 1$

4.  $\frac{y^2}{6} - 4x^2 = 1$

13.  $25(x-3)^2 - 5(y-1)^2 = 125$

5.  $4x^2 - 16y^2 = 64$

14.  $10(x+1)^2 - 2(y-\frac{1}{2})^2 = 100$

6.  $5x^2 - 5y^2 = 25$

15.  $8(x+4)^2 - 5(y-7)^2 + 40 = 0$

7.  $y^2 - 5x^2 = 20$

16.  $9(x-1)^2 - 81(y-2)^2 = 9$

8.  $9x^2 - 16y^2 + 144 = 0$

17.  $5x^2 - 6y^2 - 20x + 12y - 16 = 0$

9.  $\frac{(x-5)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{49} = 1$

18.  $16x^2 - 25y^2 - 256x - 150y + 399 = 0$

19.  $4x^2 - y^2 - 8x + 6y - 4 = 0$

20.  $2y^2 - 9x^2 - 18x + 20y + 5 = 0$

En los problemas 21 a 44 deduzca una ecuación de la hipérbola que satisfaga las condiciones indicadas.

21. Focos en  $(\pm 5, 0)$ ,  $a = 3$
22. Focos en  $(\pm 10, 0)$ ,  $b = 2$
23. Focos en  $(0, \pm 4)$ , un vértice en  $(0, -2)$
24. Focos en  $(0, \pm 3)$ , un vértice en  $(0, -\frac{3}{2})$
25. Focos en  $(\pm 4, 0)$ , longitud del eje transversal 6
26. Focos en  $(0, \pm 7)$ , longitud del eje transversal 10
27. Centro en  $(0, 0)$ , un vértice en  $(0, \frac{5}{2})$ , un foco en  $(0, -3)$
28. Centro en  $(0, 0)$ , un vértice en  $(7, 0)$ , un foco en  $(9, 0)$
29. Centro en  $(0, 0)$ , un vértice en  $(-2, 0)$ , un foco en  $(-3, 0)$
30. Centro en  $(0, 0)$ , un vértice en  $(1, 0)$ , un foco en  $(5, 0)$
31. Vértices en  $(0, \pm 8)$ , asíntotas  $y = \pm 2x$
32. Focos en  $(0, \pm 3)$ , asíntotas  $y = \pm \frac{3}{2}x$
33. Vértices en  $(\pm 2, 0)$ , asíntotas  $y = \pm \frac{4}{3}x$
34. Focos en  $(\pm 5, 0)$ , asíntotas  $y = \pm \frac{3}{5}x$
35. Centro en  $(1, -3)$ , un foco en  $(1, -6)$  y un vértice en  $(1, -5)$
36. Centro en  $(2, 3)$ , un foco en  $(0, 3)$  y un vértice en  $(3, 3)$
37. Focos en  $(-4, 2)$ ,  $(2, 2)$ , un vértice en  $(-3, 2)$
38. Vértices en  $(2, 5)$ ,  $(2, -1)$ , un foco en  $(2, 7)$
39. Vértices en  $(\pm 2, 0)$ , pasa por  $(2\sqrt{3}, 4)$
40. Vértices en  $(0, \pm 3)$ , pasa por  $(\frac{16}{5}, 5)$
41. Centro en  $(-1, 3)$ , un vértice en  $(-1, 4)$ , pasa por  $(-5, 3, +\sqrt{5})$
42. Centro en  $(3, -5)$ , un vértice en  $(3, -2)$ , pasa por  $(1, -1)$
43. Centro en  $(2, 4)$ , un vértice en  $(2, 5)$  y una asíntota  $2y - x - 6 = 0$
44. Excentricidad  $\sqrt{10}$ , extremos del eje conjugado en  $(-5, 4)$ ,  $(-5, 10)$

## 10.4 Evalúe su comprensión

### Conceptos y vocabulario

7. Un(a) \_\_\_\_\_ es la colección de los puntos del plano en los que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos es constante.
8. En una hipérbola, los focos quedan sobre una recta llamada \_\_\_\_\_.
9. Las asíntotas de la hipérbola  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$  son \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_.
10. *Falso o verdadero:* los focos de una hipérbola quedan sobre una recta llamada eje de simetría.
11. *Falso o verdadero:* las hipérbolas siempre tienen asíntotas.
12. *Falso o verdadero:* una hipérbola nunca se intersecará con su eje transversal.

## Ejercicios

En los problemas 13-16, se le da la gráfica de una hipérbola. Relacione cada gráfica con su ecuación.

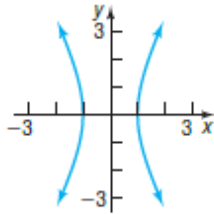
A.  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

B.  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$

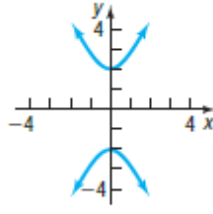
C.  $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$

D.  $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

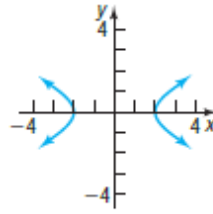
13.



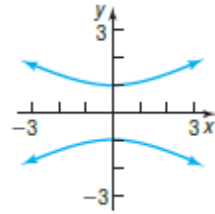
14.



15.



16.



En los problemas 17-26, encuentre la ecuación de la hipérbola descrita. Grafique la ecuación.

17. Centro en  $(0, 0)$ ; foco en  $(3, 0)$ ; vértice en  $(1, 0)$

18. Centro en  $(0, 0)$ ; foco en  $(0, 5)$ ; vértice en  $(0, 3)$

19. Centro en  $(0, 0)$ ; foco en  $(0, -6)$ ; vértice en  $(0, 4)$

20. Centro en  $(0, 0)$ ; foco en  $(-3, 0)$ ; vértice en  $(2, 0)$

21. Foco en  $(-5, 0)$  y  $(5, 0)$ ; vértice en  $(3, 0)$

22. Foco en  $(0, 6)$ ; vértices en  $(0, -2)$  y  $(0, 2)$

23. Vértice en  $(0, -6)$  y  $(0, 6)$ ; asíntota la recta  $y = 2x$

24. Vértices en  $(-4, 0)$  y  $(4, 0)$ ; asíntota la recta  $y = 2x$

25. Focos en  $(-4, 0)$  y  $(4, 0)$ ; asíntota la recta  $y = -x$

26. Focos en  $(0, -2)$  y  $(0, 2)$ ; asíntota la recta  $y = -x$

En los problemas 27-34, encuentre el centro, el eje transversal, los vértices, el foco y las asíntotas. Grafique cada una de las ecuaciones.

27.  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$

28.  $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$

29.  $4x^2 - y^2 = 16$

30.  $y^2 - 4x^2 = 16$

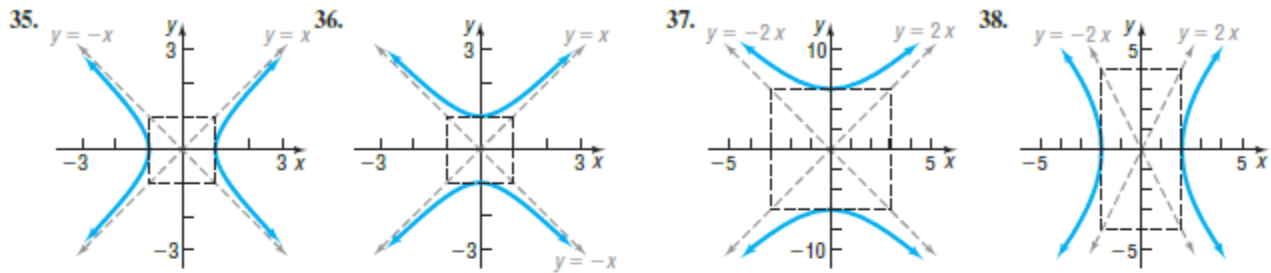
31.  $y^2 - 9x^2 = 9$

32.  $x^2 - y^2 = 4$

33.  $y^2 - x^2 = 25$

34.  $2x^2 - y^2 = 4$

En los problemas 35-38, exhiba la ecuación de cada hipérbola.



En los problemas 39-46, encuentre una ecuación para la hipérbola descrita. Grafique la ecuación.

39. Centro en  $(4, -1)$ ; foco en  $(7, -1)$ ; vértice en  $(6, -1)$     40. Centro en  $(-3, 1)$ ; foco en  $(-3, 6)$ ; vértice en  $(-3, 4)$   
 41. Centro en  $(-3, -4)$ ; foco en  $(-3, -8)$ ; vértice en  $(-3, -2)$     42. Centro en  $(1, 4)$ ; foco en  $(-2, 4)$ ; vértice en  $(0, 4)$   
 43. Focos en  $(3, 7)$  y  $(7, 7)$ ; vértice en  $(6, 7)$     44. Foco en  $(-4, 0)$ ; vértices en  $(-4, 4)$  y  $(-4, 2)$   
 45. Vértices en  $(-1, -1)$  y  $(3, -1)$ ; asíntota la recta  $y + 1 = \frac{3}{2}(x - 1)$     46. Vértices en  $(1, -3)$  y  $(1, 1)$ ; asíntota la recta  $y + 1 = \frac{3}{2}(x - 1)$

En los problemas 47-60, encuentre el centro, el eje transversal, los vértices, el foco y las asíntotas. Grafique cada una de las ecuaciones.

47.  $\frac{(x - 2)^2}{4} - \frac{(y + 3)^2}{9} = 1$     48.  $\frac{(y + 3)^2}{4} - \frac{(x - 2)^2}{9} = 1$     49.  $(y - 2)^2 - 4(x + 2)^2 = 4$   
 50.  $(x + 4)^2 - 9(y - 3)^2 = 9$     51.  $(x + 1)^2 - (y + 2)^2 = 4$     52.  $(y - 3)^2 - (x + 2)^2 = 4$   
 53.  $x^2 - y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$     54.  $y^2 - x^2 - 4y + 4x - 1 = 0$     55.  $y^2 - 4x^2 - 4y - 8x - 4 = 0$   
 56.  $2x^2 - y^2 + 4x + 4y - 4 = 0$     57.  $4x^2 - y^2 - 24x - 4y + 16 = 0$     58.  $2y^2 - x^2 + 2x + 8y + 3 = 0$   
 59.  $y^2 - 4x^2 - 16x - 2y - 19 = 0$     60.  $x^2 - 3y^2 + 8x - 6y + 4 = 0$

En los problemas 61-64, grafique cada función.

[Sugerencia: Observe que cada una de las funciones es media hipérbola].

61.  $f(x) = \sqrt{16 + 4x^2}$     62.  $f(x) = -\sqrt{9 + 9x^2}$     63.  $f(x) = -\sqrt{-25 + x^2}$     64.  $f(x) = \sqrt{-1 + x^2}$