

Taller N 3: Matemáticas 1 A.

Día 3: La entrega del taller será opcional.

4.3 Ejercicios Las respuestas a los problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-10.

En los problemas 1 a 6, halle la pendiente de la recta que pasa por los puntos dados. Grafique la recta a través de los puntos.

1. $(3, -7), (1, 0)$
2. $(-4, -1), (1, -1)$
3. $(5, 2), (4, -3)$
4. $(1, 4), (6, -2)$
5. $(-1, 2), (3, -2)$
6. $(8, -\frac{1}{2}), (2, \frac{5}{2})$

En los problemas 7 y 8, use la gráfica de la recta para estimar la pendiente.

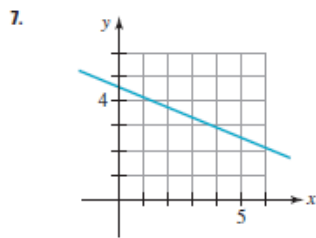


FIGURA 4.3.10 Gráfica para el problema 7

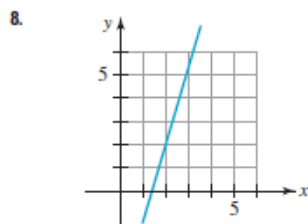


FIGURA 4.3.11 Gráfica para el problema 8

En los problemas 9 a 16, calcule la pendiente y las intersecciones con los ejes x y y de la recta. Grafique ésta.

9. $3x - 4y + 12 = 0$
10. $\frac{1}{2}x - 3y = 3$
11. $2x - 3y = 9$
12. $-4x - 2y + 6 = 0$
13. $2x + 5y - 8 = 0$
14. $\frac{x}{10}$
15. $y + \frac{2}{3}x = 1$
16. $y = 2x + 6$

En los problemas 17 a 22, halle la ecuación de la recta que pasa por $(1, 2)$ con la pendiente indicada.

17. $\frac{2}{3}$
18. $\frac{1}{10}$
19. 0
20. -2
21. -1
22. indefinida

En los problemas 23 a 36, encuentre una ecuación de la recta que satisfaga las condiciones dadas.

23. Pasa por $(2, 3)$ y $(6, -5)$.
24. Pasa por $(5, -6)$ y $(4, 0)$.
25. Pasa por $(8, 1)$ y $(-3, 1)$.
26. Pasa por $(2, 2)$ y $(-2, -2)$.
27. Pasa por $(-2, 0)$ y $(-2, 6)$.
28. Pasa por $(0, 0)$ y (a, b) .
29. Pasa por $(-2, 4)$ y es paralela a $3x + y - 5 = 0$.
30. Pasa por $(1, -3)$ y es paralela a $2x - 5y + 4 = 0$.
31. Pasa por $(5, -7)$ y es paralela al eje y .
32. Pasa por el origen y es paralela a la recta que pasa por $(1, 0)$ y $(-2, 6)$.
33. Pasa por $(2, 3)$ y es perpendicular a $x - 4y + 1 = 0$.
34. Pasa por $(0, -2)$ y es perpendicular a $3x + 4y + 5 = 0$.
35. Pasa por $(-5, -4)$ y es perpendicular a la recta que pasa por $(1, 1)$ y $(3, 11)$.
36. Pasa por el origen y es perpendicular a todas las rectas con pendiente 2.

En los problemas 37 a 40, determine cuál de las rectas dadas son paralelas y cuáles son perpendiculares.

37. a) $3x - 5y + 9 = 0$
 b) $5x = -3y$
 c) $-3x + 5y = 2$
 d) $3x + 5y + 4 = 0$
 e) $-5x - 3y + 8 = 0$
 f) $5x - 3y - 2 = 0$
38. a) $2x + 4y + 3 = 0$
 b) $2x - y = 2$
 c) $x + 9 = 0$
 d) $x = 4$

- e) $y - 6 = 0$
 f) $-x - 2y + 6 = 0$
39. a) $3x - y - 1 = 0$
 b) $x - 3y + 9 = 0$
 c) $3x + y = 0$
 d) $x + 3y = 1$
 e) $6x - 3y + 10 = 0$
 f) $x + 2y = -8$
40. a) $y + 5 = 0$
 b) $x = 7$
 c) $4x + 6y = 3$
 d) $12x - 9y + 7 = 0$
 e) $2x - 3y - 2 = 0$
 f) $3x + 4y - 11 = 0$

41. Halle una ecuación de la recta L que se ilustra en la FIGURA 4.3.12, si una ecuación de la curva azul es $y = x^2 + 1$.

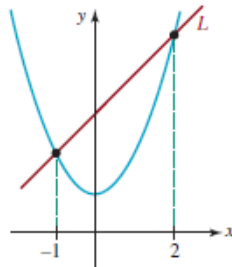


FIGURA 4.3.12 Gráficas para el problema 41

42. La **tangente de un círculo** se define como la línea recta que toca el círculo en un solo punto P . Halle la ecuación de la tangente L que se muestra en la FIGURA 4.3.13.

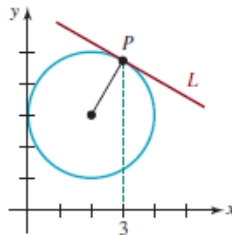


FIGURA 4.3.13 Círculo y tangente para el problema 42

≡ Para la discusión

43. ¿Cómo hallaría una ecuación de la recta que es la bisectriz perpendicular del segmento de recta que pasa por $(\frac{1}{2}, 10)$ y $(\frac{3}{2}, 4)$?
44. Usando sólo los conceptos de esta sección, ¿cómo demostraría o refutaría que un triángulo con vértices $(2, 3)$, $(-1, -3)$ y $(4, 2)$ es rectángulo?
45. Usando sólo los conceptos de esta sección, ¿cómo demostraría o refutaría que el cuadrilátero con vértices $(0, 4)$, $(-1, 3)$, $(-2, 8)$ y $(-3, 7)$ es un paralelogramo?
46. Si C es una constante real arbitraria, se dice que una ecuación como $2x - 3y = C$ define una **familia de rectas**. Seleccione cuatro valores de C y trace las rectas correspondientes en los mismos ejes de coordenadas. ¿Qué es verdadero sobre las rectas que forman parte de esta familia?
47. Halle las ecuaciones de las rectas que pasan por $(0, 4)$ que son tangentes al círculo $x^2 + y^2 = 4$.
48. En la recta $ax + by + c = 0$, ¿qué se puede decir sobre a , b y c si
- la recta pasa por el origen?
 - la pendiente de la recta es 0?
 - la pendiente de la recta es indefinida?

En los problemas 49 y 50, para demostrar el inciso ii) del teorema 4.3.5 hay que probar dos cosas: la parte correspondiente a *sólo si* (problema 49) y después, la parte correspondiente a *si* (problema 50) del teorema.

49. En la FIGURA 4.3.14, sin pérdida de generalidad, hemos supuesto que dos rectas perpendiculares, $y = m_1x$, $m_1 > 0$, y $y = m_2x$, $m_2 < 0$, se intersecan en el origen. Use la información de la figura para demostrar la parte *sólo si*:

Si L_1 y L_2 son rectas perpendiculares con pendientes m_1 y m_2 , entonces $m_1m_2 = -1$.

50. Invierta el argumento del problema 49 para demostrar la parte *si*:

Si L_1 y L_2 son rectas con pendientes m_1 y m_2 , de modo que $m_1m_2 = -1$, entonces L_1 y L_2 son perpendiculares.

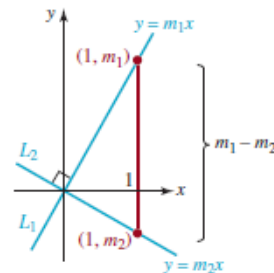


FIGURA 4.3.14 Rectas que pasan por el origen para los problemas 49 y 50

2.1 Evalúe su comprensión

“¿Está preparado?” Las respuestas están dadas al final de estos ejercicios. Si obtiene una respuesta equivocada, lea las páginas indicadas entre paréntesis.

- En la recta de números reales se asigna el número _____ al origen. (pp. 17–24)
- Si 3 y 4 son los catetos de un triángulo rectángulo, la hipotenusa es _____. (pp. 29–31)
- Si -3 y 5 son las coordenadas de dos puntos en la recta de números reales, la distancia entre estos puntos es _____. (pp. 17–24)

Conceptos y vocabulario

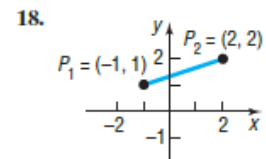
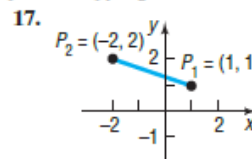
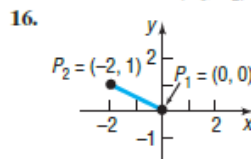
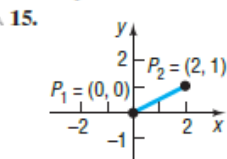
- Si (x, y) son las coordenadas de un punto P en el plano xy , entonces x se llama la _____ de P y y es la _____ de P .
- Los ejes coordenados dividen al plano xy en cuatro secciones llamadas _____.
- Si los tres puntos distintos P , Q y R están todos sobre una recta y si $d(P, Q) = d(Q, R)$ entonces Q se llama el _____ del segmento de P a R .
- El punto $(a, 0)$ está sobre el eje _____.
- Falso o verdadero:** la distancia entre dos puntos algunas veces es un número negativo.
- Falso o verdadero:** el punto $(-1, 4)$ está en el cuadrante IV del plano cartesiano.
- Falso o verdadero:** el punto medio de un segmento de recta se encuentra con el promedio de las coordenadas x y el promedio de las coordenadas y de los puntos terminales.

Ejercicios

En los problemas 11 y 12, grafique cada punto en el plano xy . Diga en qué cuadrante o eje coordenado se encuentra.

- $A = (-3, 2)$
 - $B = (6, 0)$
 - $C = (-2, -2)$
- $D = (6, 5)$
 - $E = (0, -3)$
 - $F = (6, -3)$
- $A = (1, 4)$
 - $B = (-3, -4)$
 - $C = (-3, 4)$
- $D = (4, 1)$
 - $E = (0, 1)$
 - $F = (-3, 0)$
- Grafique los puntos $(2, 0)$, $(2, -3)$, $(2, 4)$, $(2, 1)$ y $(2, -1)$. Describa el conjunto de todos los puntos de la forma $(2, y)$, donde y es un número real.
- Grafique los puntos $(0, 3)$, $(1, 3)$, $(-2, 3)$, $(5, 3)$ y $(-4, 3)$. Describa el conjunto de todos los puntos de la forma $(x, 3)$, donde x es un número real.

En los problemas 15–28, encuentre la distancia $d(P_1, P_2)$ entre los puntos P_1 y P_2 .



- $P_1 = (3, -4)$; $P_2 = (5, 4)$
- $P_1 = (-3, 2)$; $P_2 = (6, 0)$
- $P_1 = (4, -3)$; $P_2 = (6, 4)$
- $P_1 = (-0.2, 0.3)$; $P_2 = (2.3, 1.1)$
- $P_1 = (a, b)$; $P_2 = (0, 0)$
- $P_1 = (-1, 0)$; $P_2 = (2, 4)$
- $P_1 = (2, -3)$; $P_2 = (4, 2)$
- $P_1 = (-4, -3)$; $P_2 = (6, 2)$
- $P_1 = (1.2, 2.3)$; $P_2 = (-0.3, 1.1)$
- $P_1 = (a, a)$; $P_2 = (0, 0)$

En los problemas 29–34, grafique cada punto y forme el triángulo ABC . Verifique que sea un triángulo rectángulo. Encuentre su área.

- $A = (-2, 5)$; $B = (1, 3)$; $C = (-1, 0)$
- $A = (-5, 3)$; $B = (6, 0)$; $C = (5, 5)$
- $A = (4, -3)$; $B = (0, -3)$; $C = (4, 2)$
- $A = (-2, 5)$; $B = (12, 3)$; $C = (10, -11)$
- $A = (-6, 3)$; $B = (3, -5)$; $C = (-1, 5)$
- $A = (4, -3)$; $B = (4, 1)$; $C = (2, 1)$

En los problemas 39-48, encuentre el punto medio del segmento de recta que une los puntos P_1 y P_2 .

39. $P_1 = (5, -4)$; $P_2 = (3, 2)$

41. $P_1 = (-3, 2)$; $P_2 = (6, 0)$

43. $P_1 = (4, -3)$; $P_2 = (6, 1)$

45. $P_1 = (-0.2, 0.3)$; $P_2 = (2.3, 1.1)$

47. $P_1 = (a, b)$; $P_2 = (0, 0)$

40. $P_1 = (-1, 0)$; $P_2 = (2, 4)$

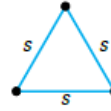
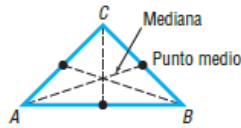
42. $P_1 = (2, -3)$; $P_2 = (4, 2)$

44. $P_1 = (-4, -3)$; $P_2 = (2, 2)$

46. $P_1 = (1.2, 2.3)$; $P_2 = (-0.3, 1.1)$

48. $P_1 = (a, a)$; $P_2 = (0, 0)$

49. Las **medianas** de un triángulo son los segmentos de recta que van de cada vértice al punto medio del lado opuesto (vea la figura). Encuentre las longitudes de las medianas del triángulo con vértices en $A = (0, 0)$, $B = (0, 6)$ y $C = (4, 4)$.



50. Un **triángulo equilátero** es aquel en el que los tres lados tienen la misma longitud. Si dos vértices de un triángulo equilátero son $(0, 4)$ y $(0, 0)$, encuentre el tercer vértice. ¿Cuántos de estos triángulos son posibles?

En los problemas 51-54, encuentre la longitud de cada lado del triángulo determinado por los tres puntos P_1, P_2 y P_3 . Establezca si el triángulo es isósceles, rectángulo, ninguno de éstos o ambos. (Un triángulo isósceles tiene al menos dos lados de la misma longitud.)

51. $P_1 = (2, 1)$; $P_2 = (-4, 1)$; $P_3 = (-4, -3)$

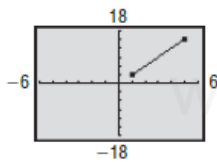
52. $P_1 = (-1, 4)$; $P_2 = (6, 2)$; $P_3 = (4, -5)$

53. $P_1 = (-2, -1)$; $P_2 = (0, 7)$; $P_3 = (3, 2)$

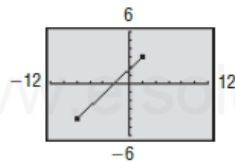
54. $P_1 = (7, 2)$; $P_2 = (-4, 0)$; $P_3 = (4, 6)$

En los problemas 55-58, encuentre la longitud de los segmentos de recta. Suponga que los puntos terminales de cada segmento tienen coordenadas enteras.

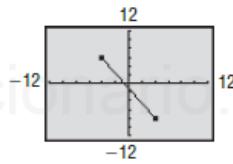
55.



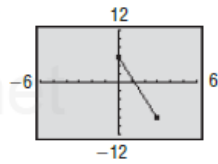
56.



57.



58.



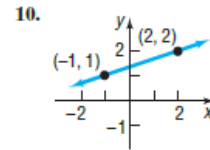
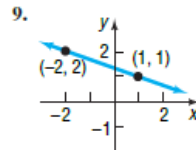
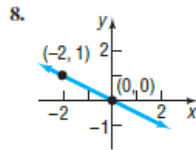
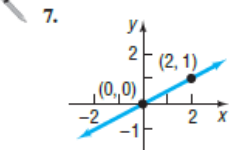
2.4 Evalúe su comprensión

Conceptos y vocabulario

- La pendiente de una recta vertical es _____; la pendiente de una recta horizontal es _____.
- Para la recta $2x + 3y = 6$, la intercepción x es _____ y la intercepción y es _____.
- Una recta horizontal está dada por una ecuación de la forma _____ donde b es la _____.
- Falso o verdadero:* las rectas verticales tienen pendiente no definida.
- Falso o verdadero:* la pendiente de la recta $2y = 3x + 5$ es 3.
- Falso o verdadero:* el punto $(1, 2)$ está en la recta $2x + y = 4$.

Ejercicios

En los problemas 7-10, a) encuentre la pendiente de la recta y b) interprete la pendiente.



En los problemas 11-18, grafique cada par de puntos y determine la pendiente de la recta que los contiene. Grafique la recta.

- | | | | |
|-------------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|
| 11. $(2, 3); (4, 0)$ | 12. $(4, 2); (3, 4)$ | 13. $(-2, 3); (2, 1)$ | 14. $(-1, 1); (2, 3)$ |
| 15. $(-3, -1); (2, -1)$ | 16. $(4, 2); (-5, 2)$ | 17. $(-1, 2); (-1, -2)$ | 18. $(2, 0); (2, 2)$ |

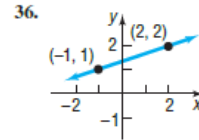
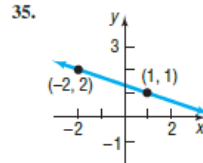
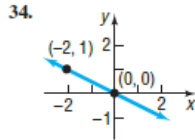
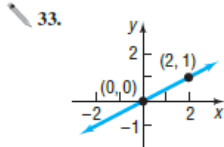
En los problemas 19-26 grafique la recta que contiene al punto P y tiene pendiente m .

- | | | |
|---|--|------------------------------------|
| 19. $P = (1, 2); m = 3$ | 20. $P = (2, 1); m = 4$ | 21. $P = (2, 4); m = -\frac{3}{4}$ |
| 22. $P = (1, 3); m = -\frac{2}{5}$ | 23. $P = (-1, 3); m = 0$ | 24. $P = (2, -4); m = 0$ |
| 25. $P = (0, 3);$ pendiente no definida | 26. $P = (-2, 0);$ pendiente no definida | |

En los problemas 27-32 se dan la pendiente y un punto. Use esta información para localizar tres puntos adicionales en la recta. Las respuestas pueden variar. [Sugerencia: No es necesario encontrar la ecuación de la recta; vea el ejemplo 3.]

- | | | |
|---|---------------------------------------|--|
| 27. Pendiente 4; punto $(1, 2)$ | 28. Pendiente 2; punto $(-2, 3)$ | 29. Pendiente $-\frac{3}{2}$; punto $(2, -4)$ |
| 30. Pendiente $\frac{4}{3}$; punto $(-3, 2)$ | 31. Pendiente -2 ; punto $(-2, -3)$ | 32. Pendiente -1 ; punto $(4, 1)$ |

En los problemas 33-36, encuentre la ecuación de cada recta. Exprese su respuesta usando la forma general o la forma pendiente-ordenada de la ecuación de la recta, la que prefiera.



En los problemas 37-50, encuentre la ecuación de la recta con las propiedades dadas. Exprese su respuesta en la forma general o la forma pendiente-ordenada de la ecuación de la recta, la que prefiera.

37. Pendiente = 3; contiene el punto $(-2, 3)$

38. Pendiente = 2; contiene el punto $(4, -3)$

39. Pendiente = $-\frac{2}{3}$; contiene el punto $(1, -1)$

40. Pendiente = $\frac{1}{2}$; contiene el punto $(3, 1)$

41. Contiene los puntos $(1, 3)$ y $(-1, 2)$

42. Contiene los puntos $(-3, 4)$ y $(2, 5)$

43. Pendiente = -3 ; intercepción- $y = 3$

44. Pendiente = -2 ; intercepción- $y = -2$

45. Intercepción $x = 2$; intercepción $y = -1$

46. Intercepción $x = -4$; intercepción $y = 4$

47. Pendiente no definida; contiene el punto $(2, 4)$

48. Pendiente 0; contiene el punto $(3, 8)$

49. Horizontal; contiene el punto $(-3, 2)$

50. Vertical; contiene el punto $(4, -5)$

En los problemas 51-70, encuentre la pendiente y la intercepción y de cada recta. Grafíquela.

51. $y = 2x + 3$

52. $y = -3x + 4$

53. $\frac{1}{2}y = x - 1$

54. $\frac{1}{3}x + y = 2$

55. $y = \frac{1}{2}x + 2$

56. $y = 2x + \frac{1}{2}$

57. $x + 2y = 4$

58. $-x + 3y = 6$

59. $2x - 3y = 6$

60. $3x + 2y = 6$

61. $x + y = 1$

62. $x - y = 2$

63. $x = -4$

64. $y = -1$

65. $y = 5$

66. $x = 2$

67. $y - x = 0$

68. $x + y = 0$

69. $2y - 3x = 0$

70. $3x + 2y = 0$

71. Encuentre la ecuación del eje x .

72. Encuentre la ecuación del eje y .