

Taller N 3: Matemáticas 1 A.

Día 2: Solo dos ejercicios por enunciado

3.3 Ejercicios Las respuestas de problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-7.

En los problemas 1 a 16, resuelva la ecuación por factorización.

- $x^2 - 16 = 0$
- $y^2 - 17y + 16 = 0$
- $2x^2 + x - 1 = 0$
- $8t^2 + 22t + 15 = 0$
- $1 + 4x + 4x^2 = 0$
- $4 + 5z - 6z^2 = 0$
- $u^2 - 12 = 7u$
- $v^2 + 5v = -4$
- $25y^2 + 15y = -2$
- $2a^2 = a + 1$
- $16b^2 - 1 = 0$
- $25 - c^2 = 0$
- $x^3 - 9x = 0$
- $16p^4 - p^2 = 0$
- $4q^5 - 25q^3 = 0$
- $x^4 - 18x^2 + 32 = 0$

Resuelva los problemas 17 a 22 con el método de la raíz cuadrada.

- $x^2 = 17$
- $2y^2 = 100$
- $(v + 5)^2 = 5$
- $5(w - 1)^2 = 4$
- $3(t + 1)^2 = 9$
- $4(s - 3)^2 = 5$

En los problemas 23 a 26, despeje x . Suponga que a , b , c y d representan números reales positivos.

- $x^2 - b^2 = 0$
- $x^2 + 2dx + d^2 = 0$
- $(x - a)^2 = b^2$
- $(x + c)^2 = d^2$

Resuelva los problemas 27 a 34 completando el cuadrado.

- $u^2 + 2u - 1 = 0$
- $v^2 + 3v - 2 = 0$
- $2k^2 + 5k + 3 = 0$
- $4b^2 - 4b - 35 = 0$
- $10x^2 - 20x + 1 = 0$
- $36 - 16w - w^2 = 0$
- $9t^2 = 36t - 1$
- $r = 4r^2 - 1$

Resuelva los problemas 35 a 46 con la fórmula cuadrática.

- $3x^2 - 7x + 2 = 0$
- $4x^2 - 12x + 9 = 0$
- $9z^2 + 30z + 25 = 0$
- $1 + 2w - 6w^2 = 0$
- $2 + 5r - 10r^2 = 0$
- $8t = -(16t^2 + 1)$
- $3s - 2s^2 = \frac{3}{2}$
- $\frac{1}{2}x^2 + x = 5$
- $2c(c - 1) = 1$
- $4x^2 = 2(x + 1)$
- $x^4 - 6x^2 + 7 = 0$
- $y^4 - 2y^2 = 4$

Resuelva los ejercicios 47 a 56 con cualquier método.

47. $3s^2 - 13s + 4 = 0$
48. $4x^2 + 8x + 4 = 0$
49. $s^2 - 4s - 4 = 0$
50. $2.4 + 1.0y + 0.1y^2 = 0$
51. $8t^2 + 10t + 5 = 0$
52. $r^2 + 2r = 35$
53. $24r^3 - 3t = 0$
54. $9u^2 + 25 = 30u$
55. $4p^2 = 60$
56. $5(c + 1)^2 = 25$

Las fórmulas dadas en los problemas 57 a 62 se presentan frecuentemente en las aplicaciones. Despeje las variables indicadas en términos de las variables restantes. Suponga que todas las variables representan números reales positivos.

57. Volumen de un cilindro: $V = \pi r^2 h$, despeje r
58. Área de un círculo: $A = \pi r^2$, despeje r
59. Área de la superficie de un cilindro: $A = 2\pi r(r + h)$, despeje r

En los problemas 19 a 34, resuelva la desigualdad lineal dada. Escriba el conjunto solución en notación de intervalos. Trace la gráfica del conjunto solución.

19. $x + 3 > -2$
20. $3x - 9 < 6$
21. $\frac{3}{2}x + 4 \leq 10$
22. $5 - \frac{5}{4}x \geq -4$
23. $\frac{3}{2} - x > x$
24. $-(1 - x) \geq 2x - 1$
25. $2 + x \geq 3(x - 1)$
26. $-7x + 3 \leq 4 - x$
27. $-\frac{20}{3} < \frac{2}{3}x < 4$
28. $-3 \leq -x < 2$
29. $-7 < x - 2 < 1$
30. $3 < x + 4 \leq 10$
31. $7 < 3 - \frac{1}{2}x \leq 8$
32. $100 + x \leq 41 - 6x \leq 121 + x$
33. $-1 \leq \frac{x - 4}{4} < \frac{1}{2}$
34. $2 \leq \frac{4x + 2}{-3} \leq 10$

60. Ecuación de una elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ despeje } y$$

61. Cuerpo en caída libre:

$$s = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t, \text{ despeje } t$$

62. Ley de la gravitación universal de Newton:

$$F = g \frac{m_1 m_2}{r^2}, \text{ despeje } r$$

63. Determine todos los valores de d de modo que $x^2 + (d + 6)x + 8d = 0$ tenga dos raíces iguales.
64. Determine todos los valores de d de modo que $3dx^2 - 4dx + d + 1 = 0$ tenga dos raíces iguales.
65. Determine la otra raíz de $(k - 2)x^2 - x - 4k = 0$, dado que una raíz es -3 .
66. Si x_1 y x_2 son dos raíces reales de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, demuestre que $x_1 + x_2 = -b/a$ y que $x_1 \cdot x_2 = c/a$.

1.2 Evalúe su comprensión

“¿Está preparado?” Las respuestas se dan al final de estos ejercicios. Si obtiene una respuesta equivocada, lea las páginas indicadas en azul.

- Factorice: $x^2 - 5x - 6$ (pp. 43-50)
- Factorice: $2x^2 - x - 3$ (pp. 43-50)
- El conjunto de soluciones de la ecuación $(x-3)(3x+5) = 0$ es _____ (p. 13)
- Falso o verdadero: $\sqrt{x^2} = |x|$. (pp. 23-24)

Conceptos y vocabulario

- Para completar el cuadrado de la expresión $x^2 + 5x$, se _____ el número _____.
- La cantidad $b^2 - 4ac$ se llama _____ de una ecuación cuadrática. Si es _____ la ecuación no tiene soluciones.
- Falso o verdadero: las ecuaciones cuadráticas siempre tienen dos soluciones reales.
- Falso o verdadero: si el discriminante de una ecuación cuadrática es positivo, entonces la ecuación tiene dos soluciones tales que una es el negativo de la otra.

Ejercicios

En los problemas 9-28, resuelva cada ecuación factorizando.

- | | | | |
|----------------------------|----------------------------|--|---|
| 9. $x^2 - 9x = 0$ | 10. $x^2 + 4x = 0$ | 11. $x^2 - 25 = 0$ | 12. $x^2 - 9 = 0$ |
| 13. $z^2 + z - 6 = 0$ | 14. $v^2 + 7v + 6 = 0$ | 15. $2x^2 - 5x - 3 = 0$ | 16. $3x^2 + 5x + 2 = 0$ |
| 17. $3t^2 - 48 = 0$ | 18. $2y^2 - 50 = 0$ | 19. $x(x-8) + 12 = 0$ | 20. $x(x+4) = 12$ |
| 21. $4x^2 + 9 = 12x$ | 22. $25x^2 + 16 = 40x$ | 23. $6(p^2 - 1) = 5p$ | 24. $2(2u^2 - 4u) + 3 = 0$ |
| 25. $6x - 5 = \frac{6}{x}$ | 26. $x + \frac{12}{x} = 7$ | 27. $\frac{4(x-2)}{x-3} + \frac{3}{x} = \frac{-3}{x(x-3)}$ | 28. $\frac{5}{x+4} = 4 + \frac{3}{x-2}$ |

En los problemas 29-34, resuelva cada ecuación por el método de la raíz cuadrada.

- | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| 29. $x^2 = 25$ | 30. $x^2 = 36$ | 31. $(x-1)^2 = 4$ |
| 32. $(x+2)^2 = 1$ | 33. $(2x+3)^2 = 9$ | 34. $(3x-2)^2 = 4$ |

En los problemas 35-40, ¿qué número debe sumarse para completar el cuadrado de cada expresión?

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 35. $x^2 + 8x$ | 36. $x^2 - 4x$ | 37. $x^2 + \frac{1}{2}x$ |
| 38. $x^2 - \frac{1}{3}x$ | 39. $x^2 - \frac{2}{3}x$ | 40. $x^2 - \frac{2}{5}x$ |

En los problemas 41-46, resuelva cada ecuación completando cuadrados.

- | | | |
|--|----------------------------------|---|
| 41. $x^2 + 4x = 21$ | 42. $x^2 - 6x = 13$ | 43. $x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{16} = 0$ |
| 44. $x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0$ | 45. $3x^2 + x - \frac{1}{2} = 0$ | 46. $2x^2 - 3x - 1 = 0$ |

En los problemas 47-66, encuentre las soluciones reales, si las hay, de cada ecuación. Utilice la fórmula cuadrática.

- | | | | |
|---|---|---|----------------------------------|
| 47. $x^2 - 4x + 2 = 0$ | 48. $x^2 + 4x + 2 = 0$ | 49. $x^2 - 4x - 1 = 0$ | 50. $x^2 + 6x + 1 = 0$ |
| 51. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ | 52. $2x^2 + 5x + 3 = 0$ | 53. $4y^2 - y + 2 = 0$ | 54. $4t^2 + t + 1 = 0$ |
| 55. $4x^2 = 1 - 2x$ | 56. $2x^2 = 1 - 2x$ | 57. $4x^2 = 9x$ | 58. $5x = 4x^2$ |
| 59. $9t^2 - 6t + 1 = 0$ | 60. $4u^2 - 6u + 9 = 0$ | 61. $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = 0$ | 62. $\frac{2}{3}x^2 - x - 3 = 0$ |
| 63. $4 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} = 0$ | 64. $4 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = 0$ | 65. $3x = 1 - \frac{1}{x}$ | 66. $x = 1 - \frac{4}{x}$ |

En los problemas 67-74, encuentre las soluciones reales, si las hay, de cada ecuación. Utilice la fórmula cuadrática y una calculadora. Expresé las repuestas redondeadas a dos decimales.

- | | | |
|-------------------------------------|---|-------------------------------|
| 67. $x^2 - 4.1x + 2.2 = 0$ | http://www.elsolucionario.net | 69. $x^2 + \sqrt{3}x - 3 = 0$ |
| 70. $x^2 + \sqrt{2}x - 2 = 0$ | 71. $\pi x^2 - x - \pi = 0$ | 72. $\pi x^2 + \pi x - 2 = 0$ |
| 73. $3x^2 + 8\pi x + \sqrt{29} = 0$ | 74. $\pi x^2 - 15\sqrt{2}x + 20 = 0$ | |

En los problemas 75-86, encuentre las soluciones reales, si las hay, de cada ecuación cuadrática. Utilice cualquier método.

75. $x^2 - 5 = 0$

76. $x^2 - 6 = 0$

77. $16x^2 - 8x + 1 = 0$

78. $9x^2 - 6x + 1 = 0$

79. $10x^2 - 19x - 15 = 0$

80. $6x^2 + 7x - 20 = 0$

81. $2 + z = 6z^2$

82. $2 = y + 6y^2$

83. $x^2 + \sqrt{2}x = \frac{1}{2}$

84. $\frac{1}{2}x^2 = \sqrt{2}x + 1$

85. $x^2 + x = 4$

86. $x^2 + x = 1$

En los problemas 87-92, use el discriminante para determinar si cada ecuación cuadrática tiene dos soluciones reales distintas, una solución real repetida o no tiene soluciones reales; no resuelva la ecuación.

87. $2x^2 - 6x + 7 = 0$

88. $x^2 + 4x + 7 = 0$

89. $9x^2 - 30x + 25 = 0$

90. $25x^2 - 20x + 4 = 0$

91. $3x^2 + 5x - 8 = 0$

92. $2x^2 - 3x - 7 = 0$

$$27. \frac{x}{2x^2 + 3x - 2} - \frac{1}{2x - 1} - \frac{4}{x + 2}$$

$$28. \frac{z}{2z + 3} - \frac{3}{4z^2 - 3z - 1} + \frac{4z + 1}{2z^2 + z - 3}$$

$$29. \frac{t - 4}{t + 3} \cdot \frac{t + 5}{t - 2}$$

$$30. \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} \cdot \frac{x + 1}{x^2}$$

$$31. (x^2 - 2x + 1) \cdot \frac{x + 1}{x^3 - 1}$$

$$32. \frac{2p + 8}{p - 1} \cdot \frac{p + 4}{2p}$$

$$33. \frac{6x + 5}{3x + 3} \cdot \frac{x + 1}{6x^2 - 7x - 10}$$

$$34. \frac{1 + x}{2 + x} \cdot \frac{x^2 + x - 12}{3 + 2x - x^2}$$

$$35. \frac{u + 1}{u + 2} \div \frac{u + 1}{u + 7}$$

$$36. \frac{3w + 1}{w - 4} \div \frac{2w + 1}{w}$$

$$37. \frac{x}{x + 4} \div \frac{x + 5}{x}$$

$$38. \frac{x - 3}{x + 1} \div \frac{x + 1}{2x + 1}$$

$$39. \frac{q^2 - 1}{q^2 + 2q - 3} \div \frac{q - 4}{q + 3}$$

$$40. \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 7x + 12} \div \frac{x - 2}{x - 3}$$

$$41. \frac{s^2 - 5s + 6}{s^2 + 7s + 10} \div \frac{2 - s}{s + 2}$$

$$42. \frac{x}{x + y} \div \frac{y}{x + y}$$

En los problemas 43 a 64, simplifique la expresión fraccionaria.

$$43. \frac{\frac{1}{x^2} - x}{\frac{1}{x^2} + x}$$

$$44. \frac{\frac{1}{s} + \frac{1}{t}}{\frac{1}{s} - \frac{1}{t}}$$

$$45. \frac{z + \frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{z}}$$

$$46. \frac{\frac{1+r}{r} + \frac{r}{1-r}}{\frac{1-r}{r} + \frac{r}{1+r}}$$

$$47. \frac{x^2 + xy + y^2}{\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}}$$

$$48. \frac{\frac{a}{a-1} - \frac{a+1}{a}}{1 - \frac{a}{a-1}}$$

$$49. \frac{\frac{1}{(x+h)^2} - \frac{1}{x^2}}{h}$$

$$50. \frac{\frac{1}{2x+2h+1} - \frac{1}{2x+1}}{h}$$

$$51. (a^{-2} - b^{-2})^{-1}$$

$$52. \frac{a+b}{a^{-1} + b^{-1}}$$

$$53. \frac{u^{-2} - v^{-2}}{u^2 v^2}$$

$$54. \frac{u^{-2} + v^{-2}}{u^2 + v^2}$$

$$55. \frac{1}{\sqrt{u}} + \frac{1}{\sqrt{w}}$$

$$56. \frac{v}{\sqrt{z}} - \frac{z}{\sqrt{v}}$$

$$57. \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{x}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{y}}}$$

$$58. \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{b}}}$$

$$59. \frac{\frac{1}{(x+h)^3} - \frac{1}{x^3}}{h}$$

$$60. \frac{\frac{2}{3x+3h} - \frac{2}{3x}}{h}$$

$$61. \frac{\frac{5}{2x+2h-1} - \frac{5}{2x-1}}{h}$$

$$62. (x^2 - 1)\left(\frac{1}{3}\right)(x + 1)^{-2/3} + (x + 1)^{1/3}(2x)$$

$$63. \frac{(x^2 + 1)\left(\frac{1}{2}\right)(x^{-1/2}) - (x^{1/2})(2x)}{(x^2 + 1)^2}$$

$$64. \frac{(x^2 + 8)^{1/5}(5) - (5x)\left(\frac{1}{3}\right)(x^2 + 8)^{-4/5}(2x)}{[(x^2 + 8)^{1/5}]^2}$$

Conceptos y vocabulario

1. Cuando el numerador y el denominador de una expresión racional no tienen factores comunes (excepto 1 y -1), la expresión racional está _____.
2. MCM es la abreviatura para _____.
3. *Falso o verdadero:* la expresión racional $\frac{2x^3 - 4x}{x - 2}$ está reducida a términos mínimos.
4. *Falso o verdadero:* el MCM de $2x^3 + 6x^2$ y $6x^4 + 4x^3$ es $4x^3(x + 1)$.

Ejercicios

En los problemas 5-16, reduzca cada expresión racional a términos mínimos.

- | | | | |
|---|-------------------------------------|---------------------------------------|--|
| 5. $\frac{3x + 9}{x^2 - 9}$ | 6. $\frac{4x^2 + 8x}{12x + 24}$ | 7. $\frac{x^2 - 2x}{3x - 6}$ | 8. $\frac{15x^2 + 24x}{3x^2}$ |
| 9. $\frac{24x^2}{12x^2 - 6x}$ | 10. $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 16}$ | 11. $\frac{y^2 - 25}{2y^2 - 8y - 10}$ | 12. $\frac{3y^2 - y - 2}{3y^2 + 5y + 2}$ |
| 13. $\frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 2x + 1}$ | 14. $\frac{x - x^2}{x^2 + x - 2}$ | 15. $\frac{x^2 + 5x - 14}{2 - x}$ | 16. $\frac{2x^2 + 5x - 3}{1 - 2x}$ |

En los problemas 17-34, realice la operación indicada y simplifique el resultado. Deje su respuesta en forma factorizada.

- | | | | |
|---|--|--|---|
| 17. $\frac{3x + 6}{5x^2} \cdot \frac{x}{x^2 - 4}$ | 18. $\frac{3}{2x} \cdot \frac{x^2}{6x + 10}$ | 19. $\frac{4x^2}{x^2 - 16} \cdot \frac{x - 4}{2x}$ | 20. $\frac{12}{x^2 - x} \cdot \frac{x^2 - 1}{4x - 2}$ |
| 21. $\frac{4x - 8}{-3x} \cdot \frac{12}{12 - 6x}$ | 22. $\frac{6x - 27}{5x} \cdot \frac{2}{4x - 18}$ | 23. $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 2x - 35} \cdot \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 + 9x + 14}$ | |
| 24. $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 4x - 5} \cdot \frac{x^2 - 25}{x^2 + 2x - 15}$ | 25. $\frac{6x}{x^2 - 4} \cdot \frac{3x - 9}{2x + 4}$ | 26. $\frac{12x}{5x + 20} \cdot \frac{4x^2}{x^2 - 16}$ | |
| 27. $\frac{8x}{x^2 - 1} \cdot \frac{10x}{x + 1}$ | 28. $\frac{x - 2}{x^2 - 4x + 4} \cdot \frac{4x}{12x}$ | 29. $\frac{4 - x}{4 + x} \cdot \frac{4x}{x^2 - 16}$ | 30. $\frac{3 + x}{3 - x} \cdot \frac{9x^3}{x^2 - 9}$ |
| 31. $\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 7x + 12} \cdot \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - x - 12}$ | 32. $\frac{x^2 + 7x + 6}{x^2 + x - 6} \cdot \frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 + 5x + 6}$ | 33. $\frac{2x^2 - x - 28}{3x^2 - x - 2} \cdot \frac{4x^2 + 16x + 7}{3x^2 + 11x + 6}$ | 34. $\frac{9x^2 + 3x - 2}{12x^2 + 5x - 2} \cdot \frac{9x^2 - 6x + 1}{8x^2 - 10x - 3}$ |

En los problemas 35-52, realice las operaciones indicadas y simplifique el resultado. Deje su respuesta en forma factorizada.

- | | | |
|---|--|--|
| 35. $\frac{x}{2} + \frac{5}{2}$ | 36. $\frac{3}{x} - \frac{6}{x}$ | 37. $\frac{x^2}{2x - 3} - \frac{4}{2x - 3}$ |
| 38. $\frac{3x^2}{2x - 1} - \frac{9}{2x - 1}$ | 39. $\frac{x + 1}{x - 3} + \frac{2x - 3}{x - 3}$ | 40. $\frac{2x - 5}{3x + 2} + \frac{x + 4}{3x + 2}$ |
| 41. $\frac{3x + 5}{2x - 1} - \frac{2x - 4}{2x - 1}$ | 42. $\frac{5x - 4}{3x + 4} - \frac{x + 1}{3x + 4}$ | 43. $\frac{4}{x - 2} + \frac{x}{2 - x}$ |
| 44. $\frac{6}{x - 1} - \frac{x}{1 - x}$ | 45. $\frac{4}{x - 1} - \frac{2}{x + 2}$ | 46. $\frac{2}{x + 5} - \frac{5}{x - 5}$ |
| 47. $\frac{x}{x + 1} + \frac{2x - 3}{x - 1}$ | 48. $\frac{3x}{x - 4} + \frac{2x}{x + 3}$ | 49. $\frac{x - 3}{x + 2} - \frac{x + 4}{x - 2}$ |
| 50. $\frac{2x - 3}{x - 1} - \frac{2x + 1}{x + 1}$ | 51. $\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{1}{x}$ | 52. $\frac{x - 1}{x^3} + \frac{x}{x^2 + 1}$ |

En los problemas 53-60, encuentre el MCM de los polinomios dados.

53. $x^2 - 4$, $x^2 - x - 2$

54. $x^2 - x - 12$, $x^2 - 8x + 16$

55. $x^3 - x$, $x^2 - x$

56. $3x^2 - 27$, $2x^2 - x - 15$

57. $4x^3 - 4x^2 + x$, $2x^3 - x^2$, x^3

58. $x - 3$, $x^2 + 3x$, $x^3 - 9x$

59. $x^3 - x$, $x^3 - 2x^2 + x$, $x^3 - 1$

60. $x^2 + 4x + 4$, $x^3 + 2x^2$, $(x + 2)^3$

En los problemas 61-72, realice las operaciones indicadas y simplifique el resultado. Deje su respuesta en forma factorizada.

61. $\frac{x}{x^2 - 7x + 6} - \frac{x}{x^2 - 2x - 24}$

62. $\frac{x}{x - 3} - \frac{x + 1}{x^2 + 5x - 24}$

63. $\frac{4x}{x^2 - 4} - \frac{2}{x^2 + x - 6}$

64. $\frac{3x}{x - 1} - \frac{x - 4}{x^2 - 2x + 1}$

65. $\frac{3}{(x - 1)^2(x + 1)} + \frac{2}{(x - 1)(x + 1)^2}$

66. $\frac{2}{(x + 2)^2(x - 1)} - \frac{6}{(x + 2)(x - 1)^2}$

67. $\frac{x + 4}{x^2 - x - 2} - \frac{2x + 3}{x^2 + 2x - 8}$

68. $\frac{2x - 3}{x^2 + 8x + 7} - \frac{x - 2}{(x + 1)^2}$

69. $\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2 + x} + \frac{3}{x^3 - x^2}$

70. $\frac{x}{(x - 1)^2} + \frac{2}{x} - \frac{x + 1}{x^3 - x^2}$

71. $\frac{1}{h} \left(\frac{1}{x + h} - \frac{1}{x} \right)$

72. $\frac{1}{h} \left[\frac{1}{(x + h)^2} - \frac{1}{x^2} \right]$

En los problemas 73-82, realice las operaciones indicadas y simplifique el resultado. Deje su respuesta en forma factorizada.

73. $\frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$

74. $\frac{4 + \frac{1}{x^2}}{3 - \frac{1}{x^2}}$

75. $\frac{2 - \frac{x + 1}{x}}{3 + \frac{x - 1}{x + 1}}$

76. $\frac{1 - \frac{x}{x + 1}}{2 - \frac{x - 1}{x}}$

77. $\frac{\frac{x + 4}{x - 2} - \frac{x - 3}{x + 1}}{x + 1}$

78. $\frac{\frac{x - 2}{x + 1} - \frac{x}{x - 2}}{x + 3}$

79. $\frac{\frac{x - 2}{x + 2} + \frac{x - 1}{x + 1}}{\frac{x}{x + 1} - \frac{2x - 3}{x}}$

80. $\frac{\frac{2x + 5}{x} - \frac{x}{x - 3}}{\frac{x^2}{x - 3} - \frac{(x + 1)^2}{x + 3}}$

81. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$

82. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - x}}$

En los problemas 83-90 se dan expresiones que ocurren en cálculo. Reduzca cada expresión a términos mínimos.

83. $\frac{(2x + 3) \cdot 3 - (3x - 5) \cdot 2}{(3x - 5)^2}$

84. $\frac{(4x + 1) \cdot 5 - (5x - 2) \cdot 4}{(5x - 2)^2}$

85. $\frac{x \cdot 2x - (x^2 + 1) \cdot 1}{(x^2 + 1)^2}$

86. $\frac{x \cdot 2x - (x^2 - 4) \cdot 1}{(x^2 - 4)^2}$

87. $\frac{(3x + 1) \cdot 2x - x^2 \cdot 3}{(3x + 1)^2}$

88. $\frac{(2x - 5) \cdot 3x^2 - x^3 \cdot 2}{(2x - 5)^2}$

89. $\frac{(x^2 + 1) \cdot 3 - (3x + 4) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}$

90. $\frac{(x^2 + 9) \cdot 2 - (2x - 5) \cdot 2x}{(x^2 + 9)^2}$