

Taller N 2: Matemáticas 1 A.

Día 4: Solo dos ejercicios por enunciado

2.8 Ejercicios Las respuestas a los problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-6.

En los problemas 1 a 8, simplifique la expresión racional.

1. $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 6x + 8}$

2. $\frac{v^4 + 4v^2 + 4}{4 - v^4}$

3. $\frac{z^2 - 9}{z^3 + 27}$

4. $\frac{x^2 - 2xy - 3y^2}{x^2 - 4xy + 3y^2}$

5. $\frac{3x^2 - 7x - 20}{2x^2 - 5x - 12}$

6. $\frac{4y^2 + 20y + 25}{2y^3 + 3y^2 - 5y}$

7. $\frac{w^3 - 9w}{w^3 - 6w^2 + 9w}$

8. $\frac{a^2b + ab^2}{a^2 - b^2}$

En los problemas 9 a 16, halle el mínimo común denominador (MCD) de las expresiones racionales.

9. $\frac{1}{x^2 + x - 2}, \frac{4}{x + 2}$

10. $\frac{5}{v^2 + 2v + 1}, \frac{v}{v^2 - 3v - 4}$

11. $\frac{10}{b^3 + b^2 - 6b}, \frac{1}{b^3 - 6b^2}, \frac{b}{b - 2}$

12. $\frac{1}{x^2 - 10x + 25}, \frac{x}{x^2 - 25}, \frac{1}{x^2 + 10x + 25}$

13. $\frac{1}{c^2 + c}, \frac{c}{c^2 + 2c + 1}, \frac{1}{c^2 - 1}$

14. $\frac{p}{p + r}, \frac{r}{p^2 + 2pr + r^2}, \frac{1}{p^3 + r^3}$

15. $\frac{1}{x^3 - x^2}, \frac{x}{x^2 - 1}, \frac{1}{x^3 + 2x^2 + x}$

16. $\frac{y + 5}{3y^3 - 14y^2 - 5y}, \frac{1}{y}, \frac{y + 5}{y^2 - 5y}$

En los problemas 17 a 42, combine términos y simplifique la expresión racional.

17. $\frac{4x}{4x + 5} + \frac{5}{4x + 5}$

18. $\frac{3}{s - 2} + \frac{4}{2 - s}$

19. $\frac{7z}{7z - 1} - \frac{1}{1 - 7z}$

20. $\frac{3}{a - 2} - \frac{6}{a^2 + 4}$

21. $\frac{2x}{x + 1} + \frac{5}{x^2 - 1}$

22. $\frac{b}{2b + 1} - \frac{2b}{b - 2}$

23. $\frac{y}{y - x} - \frac{x}{y + x}$

24. $\frac{x}{x - y} + \frac{x}{y - x}$

25. $\frac{2}{r^2 - r - 12} + \frac{r}{r + 3}$

26. $\frac{1}{w + 3} + \frac{w}{w + 1} + \frac{w^2 + 1}{w^2 + 4w + 3}$

$$27. \frac{x}{2x^2 + 3x - 2} - \frac{1}{2x - 1} - \frac{4}{x + 2}$$

$$28. \frac{z}{2z + 3} - \frac{3}{4z^2 - 3z - 1} + \frac{4z + 1}{2z^2 + z - 3}$$

$$29. \frac{t - 4}{t + 3} \cdot \frac{t + 5}{t - 2}$$

$$30. \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} \cdot \frac{x + 1}{x^2}$$

$$31. (x^2 - 2x + 1) \cdot \frac{x + 1}{x^3 - 1}$$

$$32. \frac{2p + 8}{p - 1} \cdot \frac{p + 4}{2p}$$

$$33. \frac{6x + 5}{3x + 3} \cdot \frac{x + 1}{6x^2 - 7x - 10}$$

$$34. \frac{1 + x}{2 + x} \cdot \frac{x^2 + x - 12}{3 + 2x - x^2}$$

$$35. \frac{u + 1}{u + 2} \div \frac{u + 1}{u + 7}$$

$$36. \frac{3w + 1}{w - 4} \div \frac{2w + 1}{w}$$

$$37. \frac{x}{x + 4} \div \frac{x + 5}{x}$$

$$38. \frac{x - 3}{x + 1} \div \frac{x + 1}{2x + 1}$$

$$39. \frac{q^2 - 1}{q^2 + 2q - 3} \div \frac{q - 4}{q + 3}$$

$$40. \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 7x + 12} \div \frac{x - 2}{x - 3}$$

$$41. \frac{s^2 - 5s + 6}{s^2 + 7s + 10} \div \frac{2 - s}{s + 2}$$

$$42. \frac{x}{x + y} \div \frac{y}{x + y}$$

En los problemas 43 a 64, simplifique la expresión fraccionaria.

$$43. \frac{\frac{1}{x^2} - x}{\frac{1}{x^2} + x}$$

$$44. \frac{\frac{1}{s} + \frac{1}{t}}{\frac{1}{s} - \frac{1}{t}}$$

$$45. \frac{z + \frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{z}}$$

$$46. \frac{\frac{1+r}{r} + \frac{r}{1-r}}{\frac{1-r}{r} + \frac{r}{1+r}}$$

$$47. \frac{x^2 + xy + y^2}{\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}}$$

$$48. \frac{\frac{a}{a-1} - \frac{a+1}{a}}{1 - \frac{a}{a-1}}$$

$$49. \frac{\frac{1}{(x+h)^2} - \frac{1}{x^2}}{h}$$

$$50. \frac{\frac{1}{2x+2h+1} - \frac{1}{2x+1}}{h}$$

$$51. (a^{-2} - b^{-2})^{-1}$$

$$52. \frac{a + b}{a^{-1} + b^{-1}}$$

$$53. \frac{u^{-2} - v^{-2}}{u^2 v^2}$$

$$54. \frac{u^{-2} + v^{-2}}{u^2 + v^2}$$

$$55. \frac{1}{\sqrt{u}} + \frac{1}{\sqrt{w}}$$

$$56. \frac{v}{\sqrt{z}} - \frac{z}{\sqrt{v}}$$

$$57. \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{x}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{y}}}$$

$$58. \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{b}}}$$

$$59. \frac{\frac{1}{(x+h)^3} - \frac{1}{x^3}}{h}$$

$$60. \frac{\frac{2}{3x+3h} - \frac{2}{3x}}{h}$$

$$61. \frac{\frac{5}{2x+2h-1} - \frac{5}{2x-1}}{h}$$

$$62. (x^2 - 1)\left(\frac{1}{3}\right)(x + 1)^{-2/3} + (x + 1)^{1/3}(2x)$$

$$63. \frac{(x^2 + 1)\left(\frac{1}{2}\right)(x^{-1/2}) - (x^{1/2})(2x)}{(x^2 + 1)^2}$$

$$64. \frac{(x^2 + 8)^{1/5}(5) - (5x)\left(\frac{1}{3}\right)(x^2 + 8)^{-4/5}(2x)}{[(x^2 + 8)^{1/5}]^2}$$

Conceptos y vocabulario

1. Cuando el numerador y el denominador de una expresión racional no tienen factores comunes (excepto 1 y -1), la expresión racional está _____.
2. MCM es la abreviatura para _____.
3. *Falso o verdadero:* la expresión racional $\frac{2x^3 - 4x}{x - 2}$ está reducida a términos mínimos.
4. *Falso o verdadero:* el MCM de $2x^3 + 6x^2$ y $6x^4 + 4x^3$ es $4x^3(x + 1)$.

Ejercicios

En los problemas 5-16, reduzca cada expresión racional a términos mínimos.

- | | | | |
|---|-------------------------------------|---------------------------------------|--|
| 5. $\frac{3x + 9}{x^2 - 9}$ | 6. $\frac{4x^2 + 8x}{12x + 24}$ | 7. $\frac{x^2 - 2x}{3x - 6}$ | 8. $\frac{15x^2 + 24x}{3x^2}$ |
| 9. $\frac{24x^2}{12x^2 - 6x}$ | 10. $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 16}$ | 11. $\frac{y^2 - 25}{2y^2 - 8y - 10}$ | 12. $\frac{3y^2 - y - 2}{3y^2 + 5y + 2}$ |
| 13. $\frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 2x + 1}$ | 14. $\frac{x - x^2}{x^2 + x - 2}$ | 15. $\frac{x^2 + 5x - 14}{2 - x}$ | 16. $\frac{2x^2 + 5x - 3}{1 - 2x}$ |

En los problemas 17-34, realice la operación indicada y simplifique el resultado. Deje su respuesta en forma factorizada.

- | | | | |
|---|--|--|---|
| 17. $\frac{3x + 6}{5x^2} \cdot \frac{x}{x^2 - 4}$ | 18. $\frac{3}{2x} \cdot \frac{x^2}{6x + 10}$ | 19. $\frac{4x^2}{x^2 - 16} \cdot \frac{x - 4}{2x}$ | 20. $\frac{12}{x^2 - x} \cdot \frac{x^2 - 1}{4x - 2}$ |
| 21. $\frac{4x - 8}{-3x} \cdot \frac{12}{12 - 6x}$ | 22. $\frac{6x - 27}{5x} \cdot \frac{2}{4x - 18}$ | 23. $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 2x - 35} \cdot \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 + 9x + 14}$ | |
| 24. $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 4x - 5} \cdot \frac{x^2 - 25}{x^2 + 2x - 15}$ | 25. $\frac{6x}{x^2 - 4} \cdot \frac{3x - 9}{2x + 4}$ | 26. $\frac{12x}{5x + 20} \cdot \frac{4x^2}{x^2 - 16}$ | |
| 27. $\frac{8x}{x^2 - 1} \cdot \frac{10x}{x + 1}$ | 28. $\frac{x - 2}{x^2 - 4x + 4} \cdot \frac{4x}{12x}$ | 29. $\frac{4 - x}{4 + x} \cdot \frac{4x}{x^2 - 16}$ | 30. $\frac{3 + x}{3 - x} \cdot \frac{9x^3}{x^2 - 9}$ |
| 31. $\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 7x + 12} \cdot \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - x - 12}$ | 32. $\frac{x^2 + 7x + 6}{x^2 + x - 6} \cdot \frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 + 5x + 6}$ | 33. $\frac{2x^2 - x - 28}{3x^2 - x - 2} \cdot \frac{4x^2 + 16x + 7}{3x^2 + 11x + 6}$ | 34. $\frac{9x^2 + 3x - 2}{12x^2 + 5x - 2} \cdot \frac{9x^2 - 6x + 1}{8x^2 - 10x - 3}$ |

En los problemas 35-52, realice las operaciones indicadas y simplifique el resultado. Deje su respuesta en forma factorizada.

- | | | |
|---|--|--|
| 35. $\frac{x}{2} + \frac{5}{2}$ | 36. $\frac{3}{x} - \frac{6}{x}$ | 37. $\frac{x^2}{2x - 3} - \frac{4}{2x - 3}$ |
| 38. $\frac{3x^2}{2x - 1} - \frac{9}{2x - 1}$ | 39. $\frac{x + 1}{x - 3} + \frac{2x - 3}{x - 3}$ | 40. $\frac{2x - 5}{3x + 2} + \frac{x + 4}{3x + 2}$ |
| 41. $\frac{3x + 5}{2x - 1} - \frac{2x - 4}{2x - 1}$ | 42. $\frac{5x - 4}{3x + 4} - \frac{x + 1}{3x + 4}$ | 43. $\frac{4}{x - 2} + \frac{x}{2 - x}$ |
| 44. $\frac{6}{x - 1} - \frac{x}{1 - x}$ | 45. $\frac{4}{x - 1} - \frac{2}{x + 2}$ | 46. $\frac{2}{x + 5} - \frac{5}{x - 5}$ |
| 47. $\frac{x}{x + 1} + \frac{2x - 3}{x - 1}$ | 48. $\frac{3x}{x - 4} + \frac{2x}{x + 3}$ | 49. $\frac{x - 3}{x + 2} - \frac{x + 4}{x - 2}$ |
| 50. $\frac{2x - 3}{x - 1} - \frac{2x + 1}{x + 1}$ | 51. $\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{1}{x}$ | 52. $\frac{x - 1}{x^3} + \frac{x}{x^2 + 1}$ |

En los problemas 53-60, encuentre el MCM de los polinomios dados.

53. $x^2 - 4$, $x^2 - x - 2$

54. $x^2 - x - 12$, $x^2 - 8x + 16$

55. $x^3 - x$, $x^2 - x$

56. $3x^2 - 27$, $2x^2 - x - 15$

57. $4x^3 - 4x^2 + x$, $2x^3 - x^2$, x^3

58. $x - 3$, $x^2 + 3x$, $x^3 - 9x$

59. $x^3 - x$, $x^3 - 2x^2 + x$, $x^3 - 1$

60. $x^2 + 4x + 4$, $x^3 + 2x^2$, $(x + 2)^3$

En los problemas 61-72, realice las operaciones indicadas y simplifique el resultado. Deje su respuesta en forma factorizada.

61. $\frac{x}{x^2 - 7x + 6} - \frac{x}{x^2 - 2x - 24}$

62. $\frac{x}{x - 3} - \frac{x + 1}{x^2 + 5x - 24}$

63. $\frac{4x}{x^2 - 4} - \frac{2}{x^2 + x - 6}$

64. $\frac{3x}{x - 1} - \frac{x - 4}{x^2 - 2x + 1}$

65. $\frac{3}{(x - 1)^2(x + 1)} + \frac{2}{(x - 1)(x + 1)^2}$

66. $\frac{2}{(x + 2)^2(x - 1)} - \frac{6}{(x + 2)(x - 1)^2}$

67. $\frac{x + 4}{x^2 - x - 2} - \frac{2x + 3}{x^2 + 2x - 8}$

68. $\frac{2x - 3}{x^2 + 8x + 7} - \frac{x - 2}{(x + 1)^2}$

69. $\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2 + x} + \frac{3}{x^3 - x^2}$

70. $\frac{x}{(x - 1)^2} + \frac{2}{x} - \frac{x + 1}{x^3 - x^2}$

71. $\frac{1}{h} \left(\frac{1}{x + h} - \frac{1}{x} \right)$

72. $\frac{1}{h} \left[\frac{1}{(x + h)^2} - \frac{1}{x^2} \right]$

En los problemas 73-82, realice las operaciones indicadas y simplifique el resultado. Deje su respuesta en forma factorizada.

73. $\frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$

74. $\frac{4 + \frac{1}{x^2}}{3 - \frac{1}{x^2}}$

75. $\frac{2 - \frac{x + 1}{x}}{3 + \frac{x - 1}{x + 1}}$

76. $\frac{1 - \frac{x}{x + 1}}{2 - \frac{x - 1}{x}}$

77. $\frac{\frac{x + 4}{x - 2} - \frac{x - 3}{x + 1}}{x + 1}$

78. $\frac{\frac{x - 2}{x + 1} - \frac{x}{x - 2}}{x + 3}$

79. $\frac{\frac{x - 2}{x + 2} + \frac{x - 1}{x + 1}}{\frac{x}{x + 1} - \frac{2x - 3}{x}}$

80. $\frac{\frac{2x + 5}{x} - \frac{x}{x - 3}}{\frac{x^2}{x - 3} - \frac{(x + 1)^2}{x + 3}}$

81. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$

82. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - x}}$

En los problemas 83-90 se dan expresiones que ocurren en cálculo. Reduzca cada expresión a términos mínimos.

83. $\frac{(2x + 3) \cdot 3 - (3x - 5) \cdot 2}{(3x - 5)^2}$

84. $\frac{(4x + 1) \cdot 5 - (5x - 2) \cdot 4}{(5x - 2)^2}$

85. $\frac{x \cdot 2x - (x^2 + 1) \cdot 1}{(x^2 + 1)^2}$

86. $\frac{x \cdot 2x - (x^2 - 4) \cdot 1}{(x^2 - 4)^2}$

87. $\frac{(3x + 1) \cdot 2x - x^2 \cdot 3}{(3x + 1)^2}$

88. $\frac{(2x - 5) \cdot 3x^2 - x^3 \cdot 2}{(2x - 5)^2}$

89. $\frac{(x^2 + 1) \cdot 3 - (3x + 4) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}$

90. $\frac{(x^2 + 9) \cdot 2 - (2x - 5) \cdot 2x}{(x^2 + 9)^2}$