

Taller N 1: Matemáticas 1 A.

Día 1

En los problemas 1 a 8, halle el conjunto indicado si $A = \{1, 4, 6, 8, 10, 15\}$, $B = \{3, 9, 11, 12, 14\}$ y $C = \{1, 2, 5, 7, 8, 13, 14\}$.

1. $A \cup B$
2. $A \cup C$
3. $B \cup C$
4. $A \cap B$
5. $A \cap C$
6. $B \cap C$
7. $(A \cap B) \cup B$
8. $A \cup (B \cup C)$

En los problemas 9 a 12, enumere los elementos del conjunto dado.

9. $\{r \mid r = p/q, p = 1, 2, q = -1, 1\}$
10. $\{t \mid t = 4 + z, z = -1, -3, -5\}$
11. $\{x \mid x = 2y, y = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\}$
12. $\{y \mid y - 5 = 2\}$

En los problemas 13 a 16, use la notación de conjuntos para expresar el conjunto dado.

13. El conjunto de los enteros negativos mayores que -3 .
14. El conjunto de los números reales cuyo cuadrado es 9.
15. El conjunto de los enteros pares.
16. El conjunto de los enteros impares.

En los problemas 17 a 32, exprese una de las propiedades básicas del sistema de los números reales (propiedades 1 a 6) para justificar cada una de las expresiones dadas.

17. $(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$
18. $[(1)(2)](3) = [(2)(1)](3)$
19. $(x + y) + 3 = (y + x) + 3$
20. $(a + 2) + \pi = \pi + (a + 2)$
21. $[(-2)(\frac{1}{5})]z = -2[(\frac{1}{5})(z)]$
22. $(1 + 2)(-3) = 1(-3) + 2(-3)$
23. $1 \cdot (\sqrt{2}) = \sqrt{2}$
24. $(3 + 4)(5 + 2) = (3 + 4)5 + (3 + 4)2$
25. $(\frac{1}{5}) \cdot 5 = 1$
26. $\frac{1}{4} + (-\frac{1}{4}) = 0$
27. $x(y + 0) + z = xy + z$
28. $\{3 + [(-5)(1)]\} + 4 = \{3 + (-5)\} + 4$
29. $[(w + 3)2]z = [2(w + 3)]z$
30. $(-13 + z)(2) + 7 = [z + (-13)](2) + 7$

31. $(a - b) + [-(a - b)] = 0$

32. $(x - y)\left(\frac{1}{x - y}\right) = 1, x \neq y$

En los problemas 33 a 44, exprese una de las propiedades del sistema de los números reales (propiedades 7 a 16) para justificar cada una de las expresiones dadas.

33. $(-5)(-x) = 5x$

34. $-(-17) = 17$

35. Si $x + 3 = y + 3$, entonces $x = y$.

36. Si $y + z = 5 + z$, entonces $y = 5$.

37. Si $(x + 2)(3) = 4(3)$, entonces $x + 2 = 4$.

38. Si $z^2 = 0$, entonces $z = 0$.

39. Si $(x + 1)(x - 2) = 0$, entonces $x + 1 = 0$ o $x - 2 = 0$.

40. $(a + b + c) \cdot 0 = 0$

41. $\frac{0}{a^2 + 1} = 0$

42. $\frac{2(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = 2$

43. $\frac{x + y}{2} = \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$

44. $\frac{-x}{y^2 + 9} = -\frac{x}{y^2 + 9}$

En los problemas 45 a 50, simplifique la expresión dada.

45. $-(-a)[2 - 3]$

46. $\frac{-(-b)}{-bc}$

47. $\frac{4(3 + c)}{4c}$

48. $[(4)(\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})](-z) + z$

49. $\frac{(14)(0)(x)}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

50. $(\pi - \pi)(x + y - 3)$

≡ Aplicaciones diversas

51. **Matemáticas antiguas** El papiro Rhind (c. 1650 a.C.), adquirido por el egiptólogo escocés Alexander Henry Rhind en 1858, se considera uno de los mejores ejemplos de las matemáticas egipcias. En él, los egipcios utilizaron $(\frac{16}{9})^2$ como valor de π .

≡ Para la discusión

En los problemas 53 a 68, responda verdadero o falso.

53. $\frac{1}{3}$ es elemento de Z . _____
54. $-\frac{1}{2}$ es elemento de Q . _____
55. $\sqrt{3}$ es elemento de R . _____
56. $\sqrt{2}$ es un número racional. _____
57. 0.1333... es un número irracional. _____
58. 1.5 es un número racional. _____
59. 0.121212... es un número racional. _____
60. $\frac{8}{9}$ es elemento de Q . _____
61. -4 es elemento de Z , pero -4 no es elemento de N . _____
62. π es elemento de R , pero π no es elemento de Q . _____
63. Todo número irracional es un número real. _____
64. Todo entero es un número racional. _____
65. Todo número decimal es un número real. _____
66. La intersección del conjunto de los números racionales y el conjunto de los números irracionales es el conjunto vacío. _____
67. Si $c \neq 0$, entonces $(a + b) \div c = (a \div c) + (b \div c)$. _____
68. Si $a \neq 0$, $b \neq 0$ y $a + b \neq 0$, entonces $c \div (a + b) = (c \div a) + (c \div b)$. _____
69. Demuestre que $\sqrt{2}$ no puede escribirse como un cociente de enteros. [Pista: suponga que hay una fracción p/q redu-

cida a sus términos mínimos, de modo que $(p/q)^2 = 2$. Esto se simplifica a $p^2 = 2q^2$, lo que implica que p^2 ; por tanto, p es un entero par, por ejemplo, $p = 2r$. Realice esta sustitución y considere que $(2r/q)^2 = 2$. Debe llegar a una contradicción del hecho de que p/q se redujo a sus términos mínimos].

70. Explique: la suma de un número irracional y un número racional debe ser irracional. [Pista: si la suma de los dos números fuera racional, podría escribirse como cociente de los enteros p/q . ¿Por qué conduce esto a una contradicción?].
71. Explique: ¿la suma de dos números irracionales es necesariamente irracional?
72. Explique: ¿el producto de dos números irracionales es necesariamente irracional?
73. Explique: ¿el cociente de dos números irracionales es necesariamente irracional?
74. En general, $a + (-b) \neq b + (-a)$. ¿Qué indica esto sobre la operación de sustracción?

R.1 Evalúe su comprensión

Conceptos y vocabulario

1. Los números en el conjunto $\{x \mid x = \frac{a}{b}, \text{ donde } a, b \text{ son enteros y } b \neq 0\}$, se llaman números _____.
2. El valor de la expresión $4 + 5 \cdot 6 - 3$ es _____.
3. El hecho de que $2x + 3x = (2 + 3)x$ es una consecuencia de la propiedad _____.
4. "El producto de 5 y $x + 3$ es igual a 6" se escribe como _____.
5. *Falso o verdadero:* los números racionales tienen decimales que o bien terminan o son sin fin con un bloque de dígitos que se repite.
6. *Falso o verdadero:* la propiedad de producto cero establece que el producto de cualquier número y cero es igual a cero.
7. *Falso o verdadero:* el mínimo común múltiplo de 12 y 18 es 6.
8. *Falso o verdadero:* ningún número puede ser real y racional.

Ejercicios

En los problemas 9-14, enumere los números en cada conjunto que son a) números naturales, b) enteros, c) números racionales, d) números irracionales, e) números reales.

9. $A = \left\{ -6, \frac{1}{2}, -1.333 \dots \text{ (los números 3 se repiten)}, \pi, 2, 5 \right\}$
10. $B = \left\{ -\frac{5}{3}, 2.060606 \dots \text{ (el bloque 06 se repite)}, 1.25, 0, 1, \sqrt{5} \right\}$

$$11. C = \left\{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right\}$$

$$13. E = \left\{\sqrt{2}, \pi, \sqrt{2} + 1, \pi + \frac{1}{2}\right\}$$

$$12. D = \{-1, -1.1, -1.2, -1.3\}$$

$$14. F = \left\{-\sqrt{2}, \pi + \sqrt{2}, \frac{1}{2} + 10.3\right\}$$

En los problemas 15-26, aproxime cada número a) redondeado y b) truncado a tres lugares decimales.

$$15. 18.9526$$

$$16. 25.86134$$

$$17. 28.65319$$

$$18. 99.05249$$

$$19. 0.06291$$

$$20. 0.05388$$

$$21. 9.9985$$

$$22. 1.0006$$

$$23. \frac{3}{7}$$

$$24. \frac{5}{9}$$

$$25. \frac{521}{15}$$

$$26. \frac{81}{5}$$

En los problemas 27-36, escriba cada proposición usando símbolos.

27. La suma de 3 y 2 es igual a 5.

29. La suma de x y 2 es el producto de 3 y 4.

31. El producto de 3 y y es la suma de 1 y 2.

33. La diferencia de x menos 2 es igual a 6.

35. El cociente de x entre 2 es 6.

28. El producto de 2 y 5 es igual a 10.

30. La suma de 3 y y es la suma de 2 y 2.

32. El producto de 2 y x es el producto de 4 y 6.

34. La diferencia de 2 menos y es igual a 6.

36. El cociente de 2 entre x es 6.

En los problemas 37-70, evalúe cada expresión.

$$37. 9 - 4 + 2$$

$$38. 6 - 4 + 3$$

$$41. 4 + 5 - 8$$

$$42. 8 - 3 - 4$$

$$45. 6 - [3 \cdot 5 + 2 \cdot (3 - 2)]$$

$$46. 2 \cdot [8 - 3(4 + 2)] - 3$$

$$49. 10 - [6 - 2 \cdot 2 + (8 - 3)] \cdot 2$$

$$51. (5 - 3) \frac{1}{2}$$

$$52. (5 + 4) \frac{1}{3}$$

$$55. \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{21}$$

$$56. \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{10}$$

$$59. \frac{3}{4} + \frac{2}{5}$$

$$60. \frac{4}{3} + \frac{1}{2}$$

$$63. \frac{5}{18} + \frac{1}{12}$$

$$64. \frac{2}{15} + \frac{8}{9}$$

$$67. \frac{3}{20} - \frac{2}{15}$$

$$68. \frac{6}{35} - \frac{3}{14}$$

$$39. -6 + 4 \cdot 3$$

$$40. 8 - 4 \cdot 2$$

$$43. 4 + \frac{1}{3}$$

$$44. 2 - \frac{1}{2}$$

$$47. 2 \cdot (3 - 5) + 8 \cdot 2 - 1$$

$$48. 1 - (4 \cdot 3 - 2 + 2)$$

$$50. 2 - 5 \cdot 4 - [6 \cdot (3 - 4)]$$

$$53. \frac{4 + 8}{5 - 3}$$

$$54. \frac{2 - 4}{5 - 3}$$

$$57. \frac{6}{25} \cdot \frac{10}{27}$$

$$58. \frac{21}{25} \cdot \frac{100}{3}$$

$$61. \frac{5}{6} + \frac{9}{5}$$

$$62. \frac{8}{9} + \frac{15}{2}$$

$$65. \frac{1}{30} - \frac{7}{18}$$

$$66. \frac{3}{14} - \frac{2}{21}$$

$$69. \frac{5}{18} - \frac{11}{11}$$

$$70. \frac{5}{21} - \frac{2}{35}$$

En los problemas 71-82, use la propiedad distributiva para evaluar.

$$71. 6(x + 4)$$

$$72. 4(2x - 1)$$

$$73. x(x - 4)$$

$$74. 4x(x + 3)$$

$$75. (x + 2)(x + 4)$$

$$76. (x + 5)(x + 1)$$

$$77. (x - 2)(x + 1)$$

$$78. (x - 4)(x + 1)$$

$$79. (x - 8)(x - 2)$$

$$80. (x - 4)(x - 2)$$

$$81. (x + 2)(x - 2)$$

$$82. (x - 3)(x + 3)$$

83. Explique a un amigo cómo se usa la propiedad distributiva para justificar el hecho de que $2x + 3x = 5x$.
84. Explique a un amigo por qué $2 + 3 \cdot 4 = 14$, mientras que $(2 + 3) \cdot 4 = 20$.
85. Explique por qué $2(3 \cdot 4)$ no es igual a $(2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 4)$.
86. Explique por qué $\frac{4 + 3}{2 + 5}$ no es igual a $\frac{4}{2} + \frac{3}{5}$.
87. ¿Es conmutativa la resta? Apoye su conclusión con un ejemplo.
88. ¿Es asociativa la resta? Apoye su conclusión con un ejemplo.
89. ¿Es conmutativa la división? Apoye su conclusión con un ejemplo.
90. ¿Es asociativa la división? Apoye su conclusión con un ejemplo.
91. Si $2 = x$, ¿por qué $x = 2$?
92. Si $x = 5$, ¿por qué $x^2 + x = 30$?
93. ¿Existen números reales que sean tanto racionales como irracionales? ¿Existen números reales que no son uno ni otro? Explique su razonamiento.
94. Explique por qué la suma de un número racional y un número irracional debe ser irracional.
95. ¿A qué número racional es igual el decimal repetitivo $0.9999\dots$?

<http://www.elsolucionario.net>