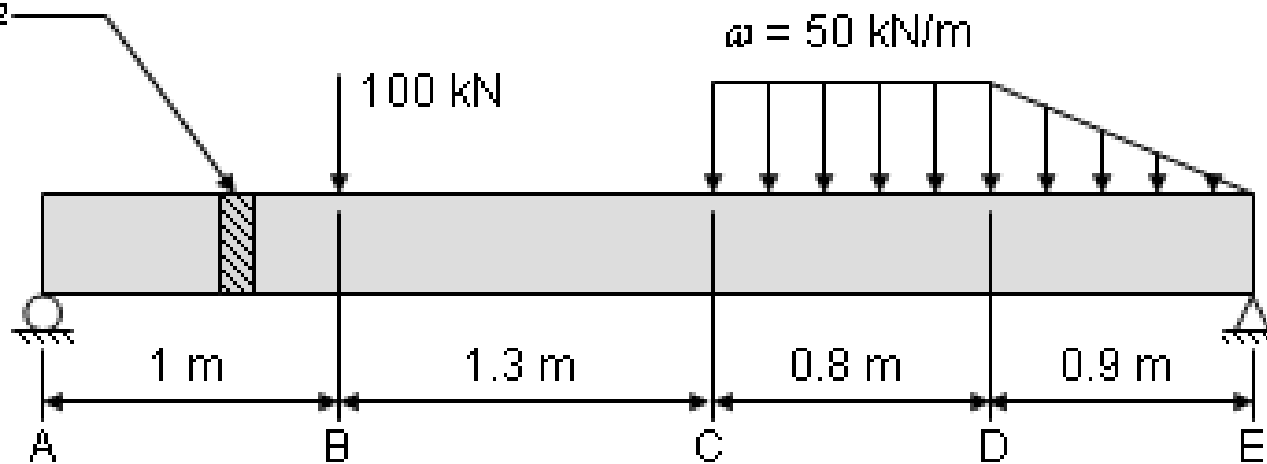


Capítulo 5 Flexión

Sección rectangular
de $80 \times 200 \text{ mm}^2$



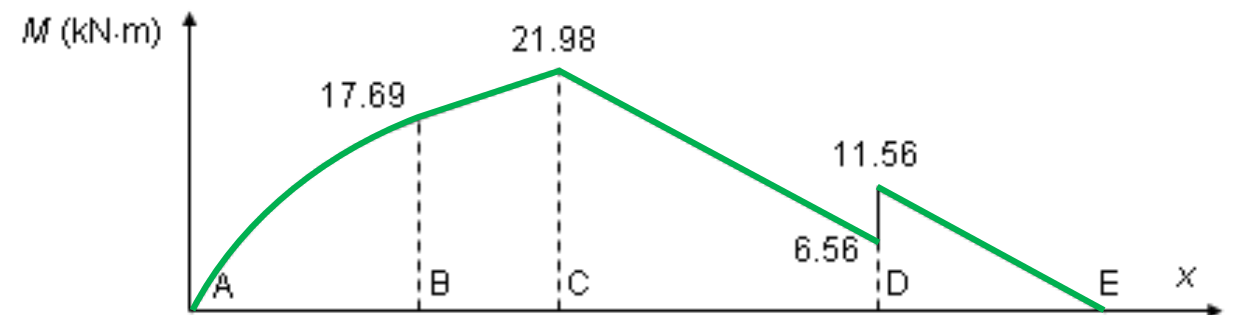
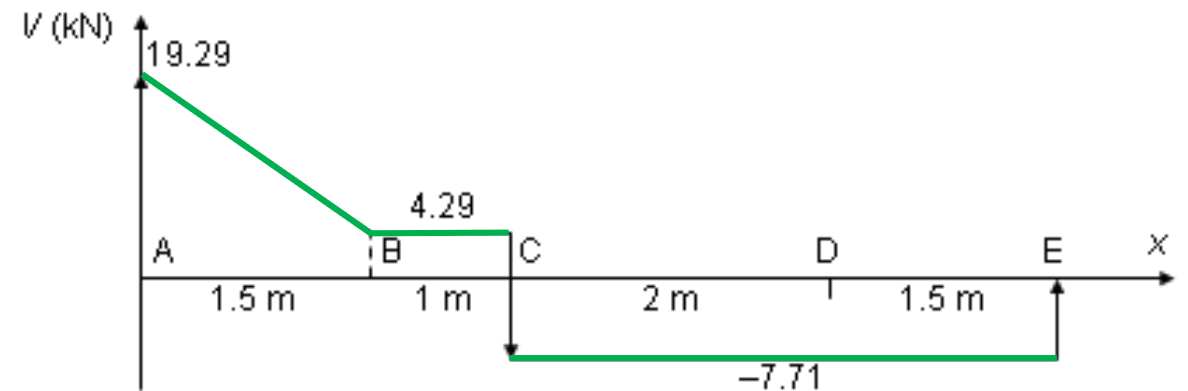
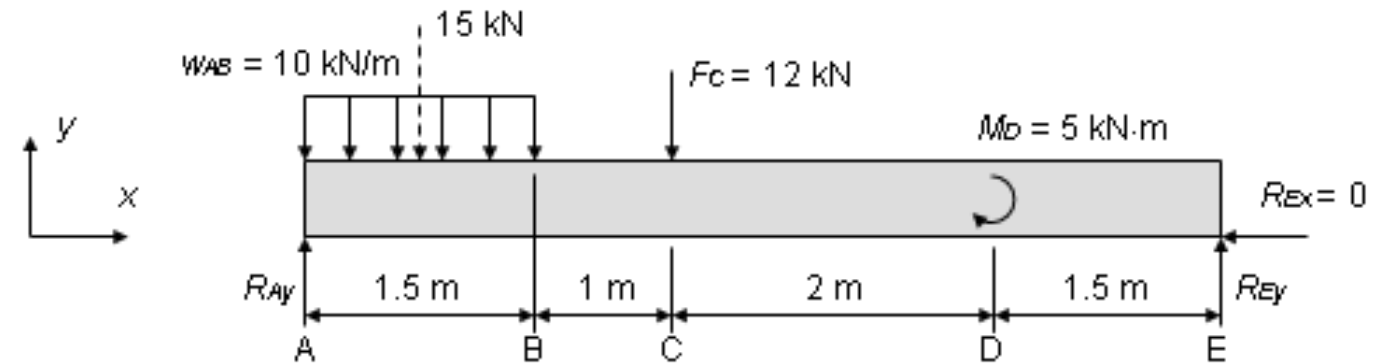
Universidad Tecnológica de Pereira

Profesor: Libardo Vanegas Useche

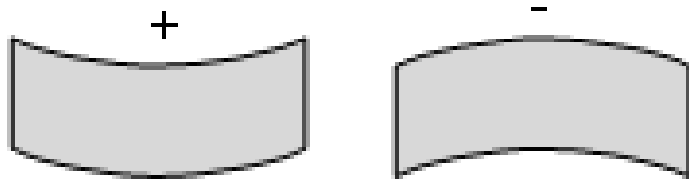
5 de mayo de 2016

Repasar

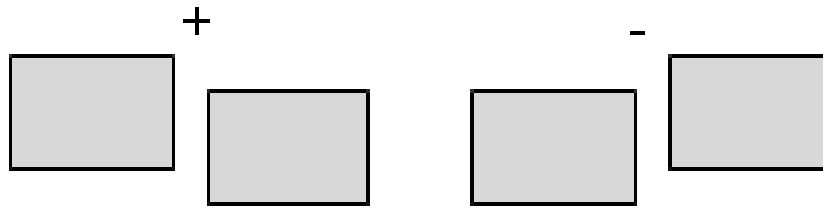
- Diagramas de cizalladura y momento flector
- Centroides de áreas compuestas
- Momentos de inercia de áreas compuestas



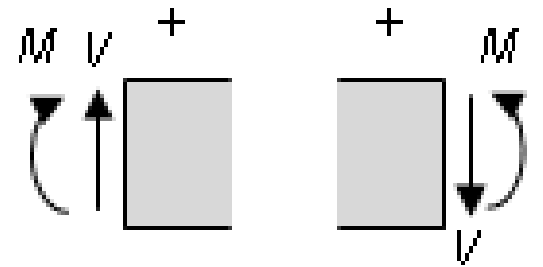
Convenciones (estática):



Momento flector (M)

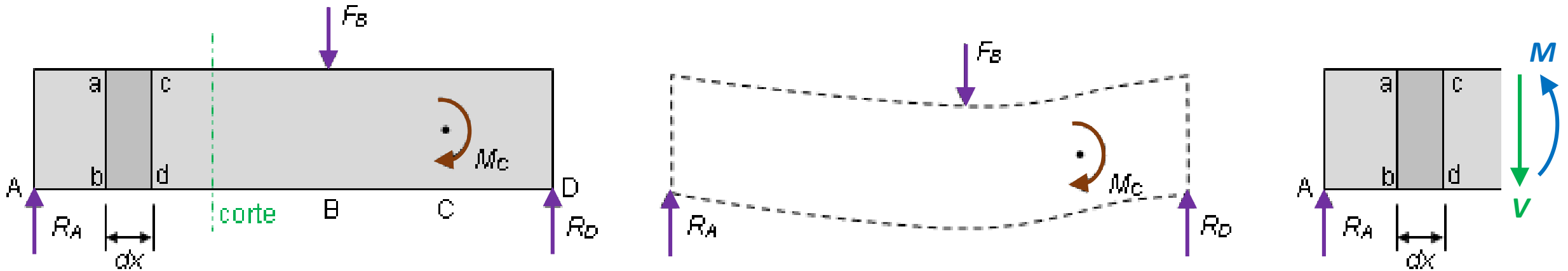


Fuerza cortante (V)



5.1 Introducción

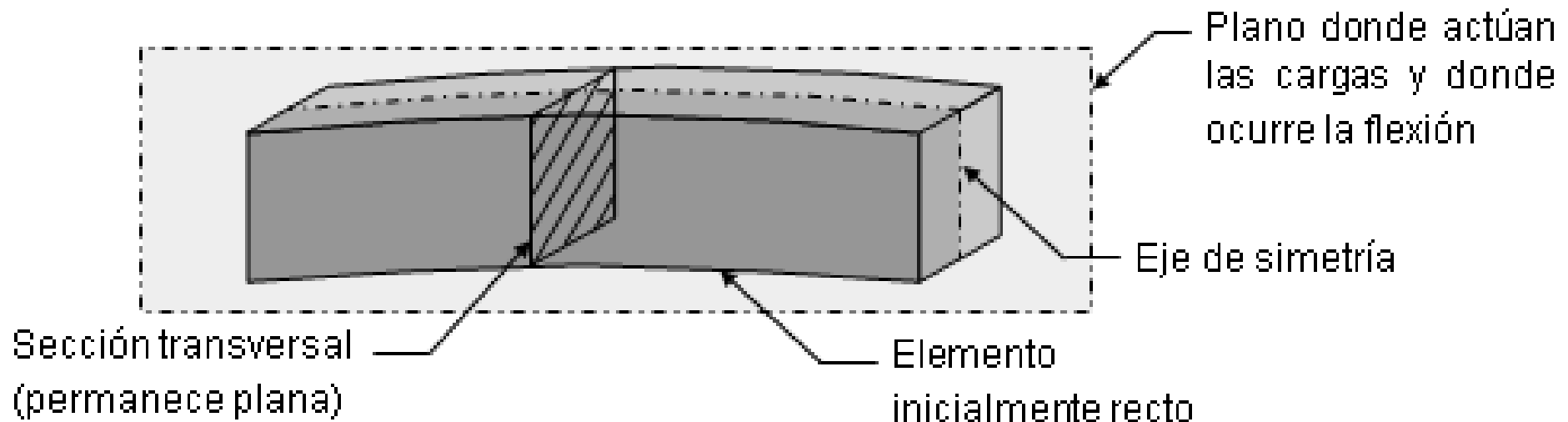
- Elementos a **flexión** (llamados **vigas**)
 - Están sometidos a: **momentos flectores** o **cargas transversales**
 - Dichas cargas generan: **momentos flectores internos** y **fuerzas cortantes internas**
 - Deformación de la viga: deflexión y pendiente
- En las vigas se generan:
 - Esfuerzos normales producidos por los momentos flectores (esfuerzos por flexión)
 - Esfuerzos cortantes producidos por las fuerzas cizallantes



5.1 Introducción

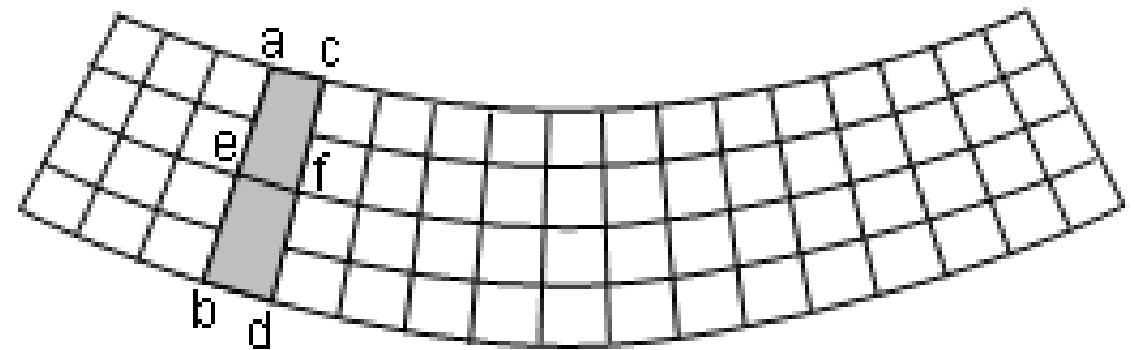
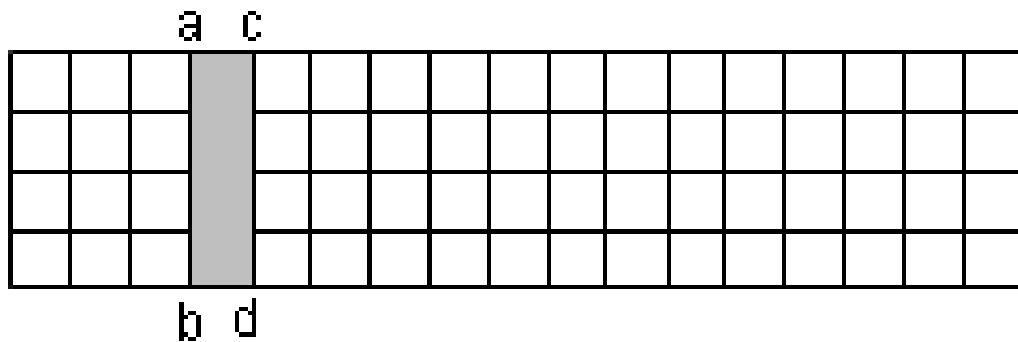
Hipótesis:

- Las secciones transversales son planas y **permanecen planas** después de la flexión
- El material es **homogéneo** y obedece a la **ley de Hooke**
- El módulo de elasticidad es el mismo para tracción y para compresión ($E_{tracción} = E_{compresión}$)
- La viga es de **sección constante** e inicialmente **recta**
- El plano en el que actúan las cargas contiene a uno de los ejes principales (el cual debe ser un **eje de simetría**) de la sección transversal de la viga y las cargas son transversales (actúan perpendicularmente al eje longitudinal de la viga)



5.2 Esfuerzos por flexión (normales)

- Al someter el elemento infinitesimal abcd a flexión, la sección ab gira con respecto a la cd:
- Fibra ac: se acorta → está sometida a compresión
- Fibra bd: se alarga → está sometida a tracción
- → Fibras sometidas a esfuerzos **normales**
- Existirá alguna fibra (ef) que ni se alarga ni se acorta: fibra neutra

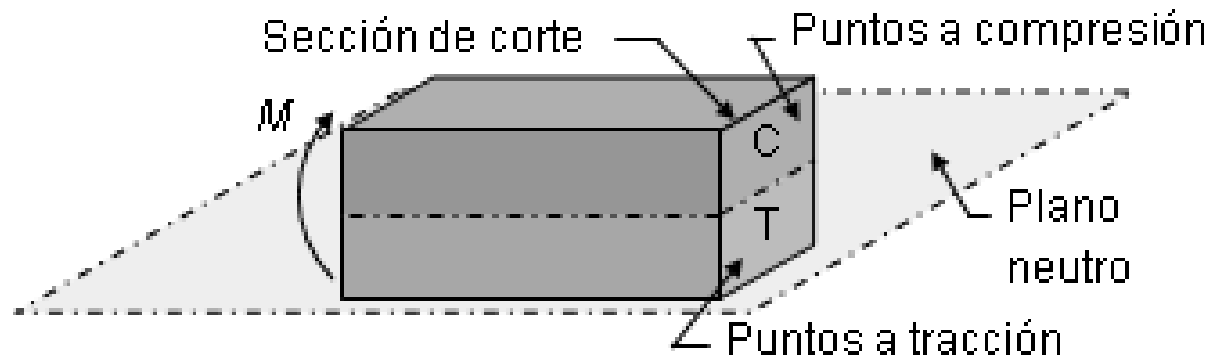


5.2 Esfuerzos por flexión (normales)

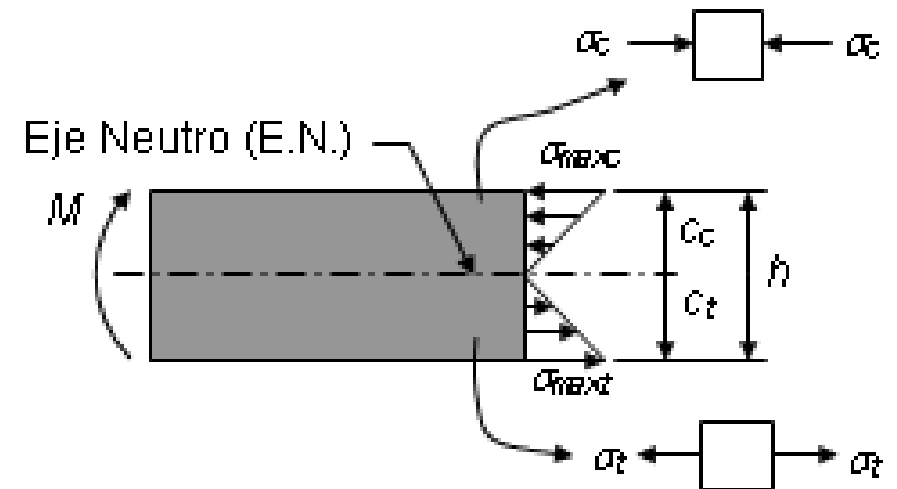
- **Plano neutro:** pasa por el **centroide** de la sección
- Los esfuerzos **normales** por flexión se distribuyen **linealmente** y están dados por:

$$\sigma = \frac{M y}{I}, \quad \sigma_{maxt} = \frac{M c_t}{I} \quad y \quad \sigma_{maxc} = -\frac{M c_c}{I}$$

- Donde y es la distancia desde el eje neutro hasta la fibra de interés e $I = \int y^2 dA$

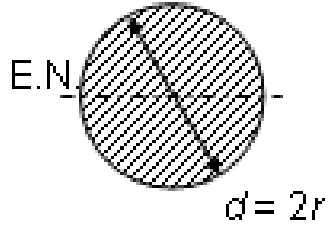


(a) Plano neutro. Algunas veces se utiliza el término "eje neutro" como se muestra en (b)



(b) Distribución de esfuerzos

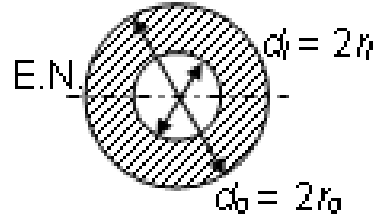
5.3 Secciones transversales comunes



$$I = \frac{\pi}{64} d^4 = \frac{\pi}{4} r^4$$

$$Z = \frac{\pi}{32} d^3 = \frac{\pi}{4} r^3$$

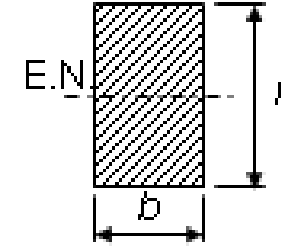
(a) Circular



$$I = \frac{\pi}{64} (d_o^4 - d_i^4) = \frac{\pi}{4} (r_o^4 - r_i^4)$$

$$Z = \frac{\pi}{4r_o} (r_o^4 - r_i^4)$$

(b) Circular hueca

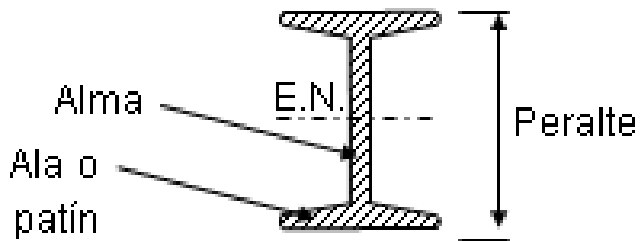


$$I = \frac{1}{12} b h^3$$

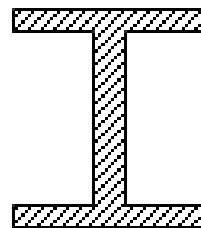
$$Z = \frac{1}{6} b h^2$$

(c) Rectangular

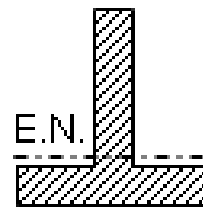
Las secciones (d) a (g) son secciones económicas (especialmente la sección I (perfil S) y la sección H o de ala ancha (perfil W))



(d) "I" (perfil S)



(e) "H" (perfil W)



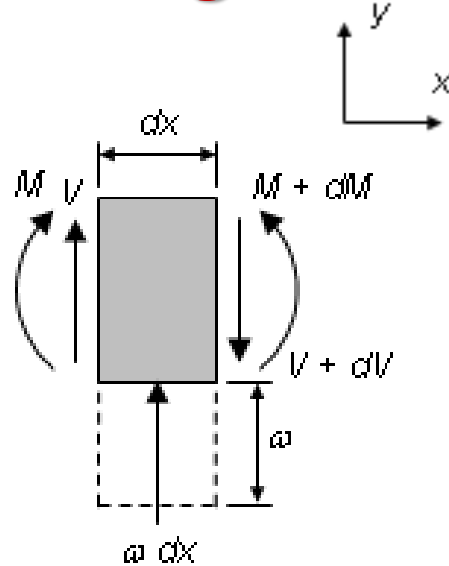
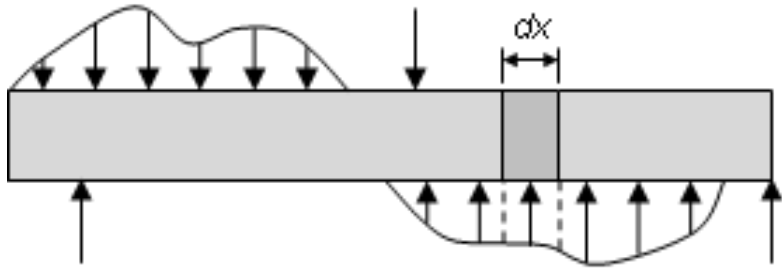
(f) "T" (invertida)



(g) "U" o canal

5.4 Esfuerzo cortante en vigas

- Recordemos (Estática):



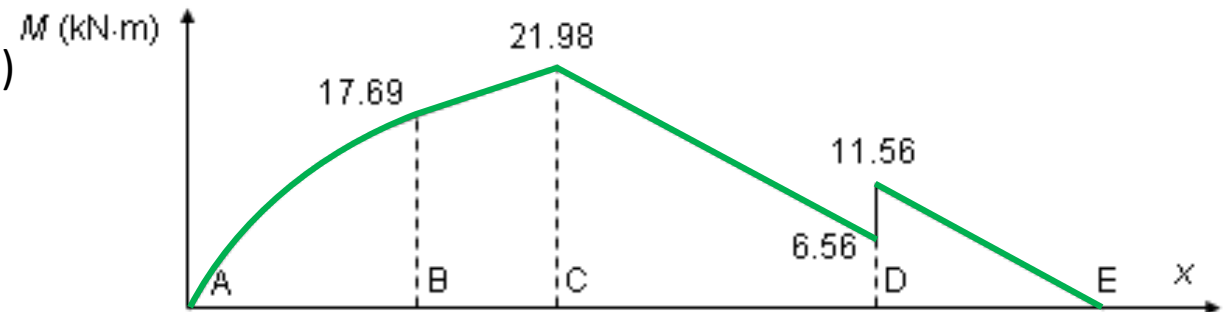
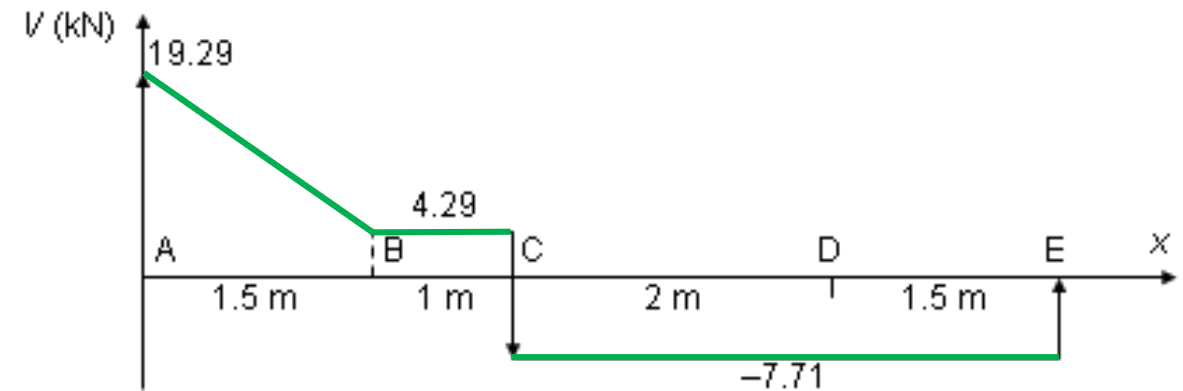
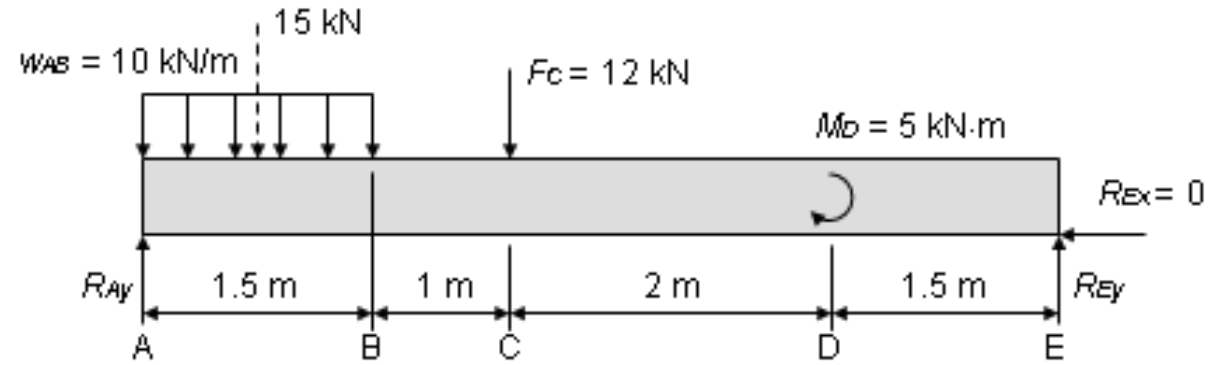
- De las ecuaciones de equilibrio:

$$V_2 - V_1 = \Delta V = \int_{x_1}^{x_2} w dx \quad (\text{El cambio de la fuerza cortante corresponde al área de cargas})$$

$$M_2 - M_1 = \Delta M = \int_{x_1}^{x_2} V dx \quad (\text{El cambio del momento corresponde al área de cortante})$$

$$w = \frac{dV}{dx} \quad (\text{El valor de } w \text{ es la pendiente en el diagrama de cortante})$$

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (\text{El valor de } V \text{ es la pendiente en el diagrama de momentos})$$



5.4 Esfuerzo cortante en vigas

Por equilibrio: el esfuerzo cortante en algún punto de una sección de una viga está dado por:

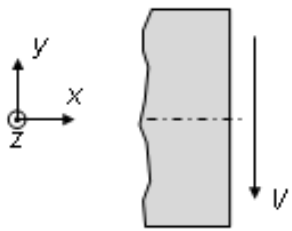
$$\tau = \frac{VQ}{Ib}, \quad \text{donde} \quad Q = \int_{A_1} y_1 dA_1 = \bar{y}_1 A_1$$

V : fuerza cortante en la sección de análisis

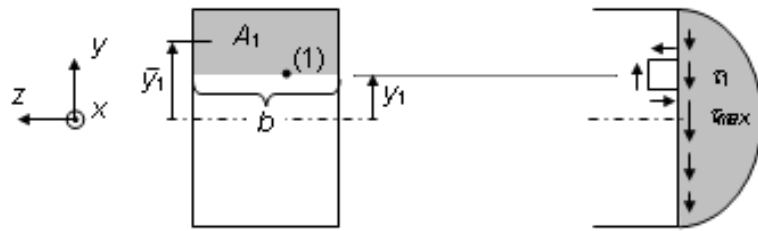
I : momento de inercia de la sección de análisis

Q : primer momento del área A_1 , que es la que queda por “encima” del punto de análisis

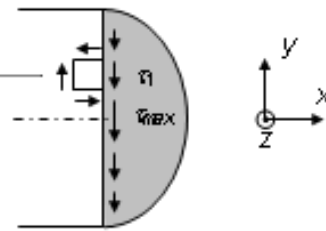
b : ancho de la sección a lo largo del punto de análisis



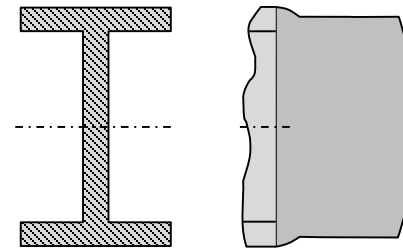
(a) Sección sometida a una fuerza cortante V



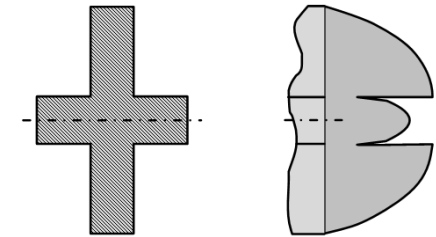
(b) Punto (1) en el cual se quiere calcular el esfuerzo



(c) Distribución de esfuerzos cortantes



(a) Sección en “I”



(b) Sección en forma de cruz

El esfuerzo cortante máximo está dado por:

$$\tau_{max} = \frac{3V}{2A}$$

Sección rectangular

$$\tau_{max} = \frac{4V}{3A}$$

Sección circular