

# Algunos Conceptos de Resistencia de Materiales

Libardo Vanegas Useche

2 de febrero de 2016



## Temas

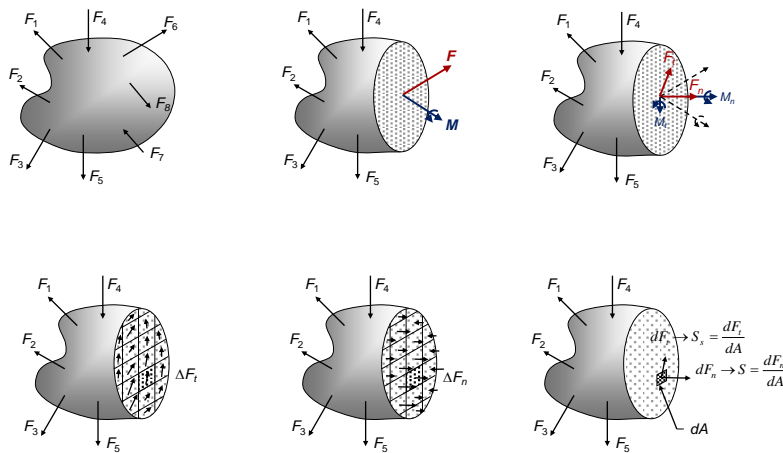
---

- Nomenclatura y unidades
- Fuerzas
- Esfuerzos
- Estados de esfuerzo
- Algunas sollicitaciones:
  - Carga axial
  - Flexión
  - Torsión
  - Cizalladura y esfuerzos cortantes en vigas
  - Esfuerzo de apoyo y desgarro
  - Pandeo

## Nomenclatura y unidades

- $S$ : esfuerzo normal (*normal stress*)
- $S_s$ : esfuerzo cortante (*shear stress*)
- $\sigma$  y  $\tau$ : se usarán para casos especiales
  
- Sistema Internacional (SI):
  - Pa = 1 N/m<sup>2</sup>; kPa = 1000 Pa; MPa = 10<sup>6</sup> Pa
- Sistema inglés:
  - psi = 1 lbf/in<sup>2</sup>; ksi (o kpsi) = 1000 psi
  - También se usa el kgf/cm<sup>2</sup>

## Fuerzas y esfuerzos

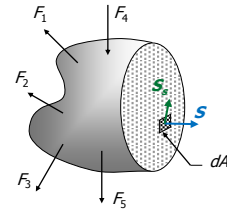


# Esfuerzo

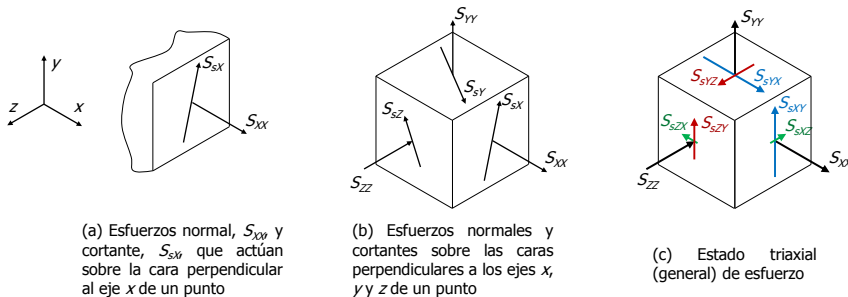
- **Esfuerzo: intensidad** de fuerza por unidad de área
- **Esfuerzo normal:** actúa en dirección **perpendicular** a la cara en la cual está aplicado. Puede ser de **tracción** (trata de separar las partes) o **compresión**
- **Esfuerzo cortante:** actúa en una dirección **tangente** a la cara en la cual está aplicado. Trata de cortar o cizallar el elemento

$$S = \frac{dF_n}{dA};$$

$$S_s = \frac{dF_t}{dA},$$

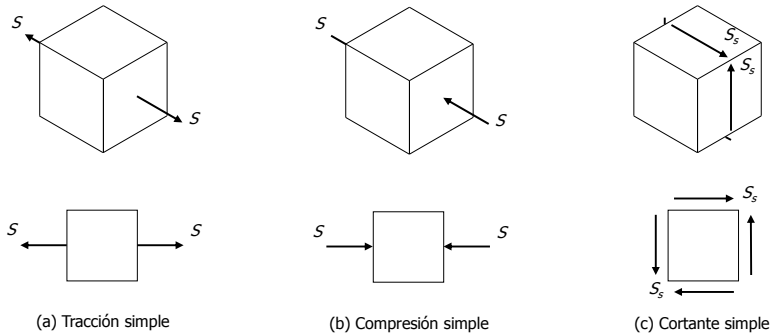


# Estado de esfuerzo en un punto



$$S_{sxy} = S_{syx}, \quad S_{sxz} = S_{szx}, \quad \text{y} \quad S_{szy} = S_{szy}.$$

## Estados de esfuerzo simples

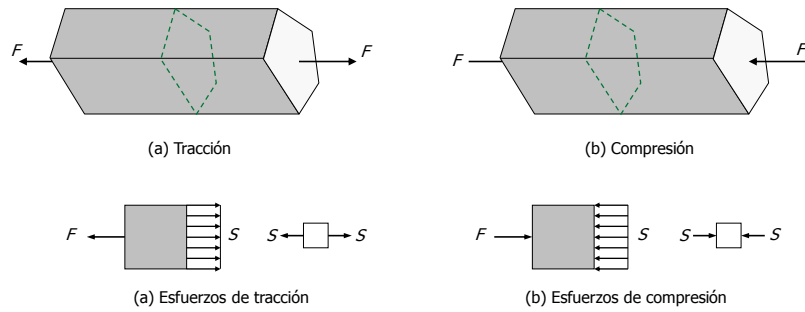


## Temas

- Nomenclatura y unidades
- Fuerzas
- Esfuerzos
- Estados de esfuerzo
- Solicitaciones:
  - Carga axial
  - Flexión
  - Torsión
  - Cizalladura y esfuerzos cortantes en vigas
  - Esfuerzo de apoyo y desgarro
  - Pandeo

## Carga axial (1)

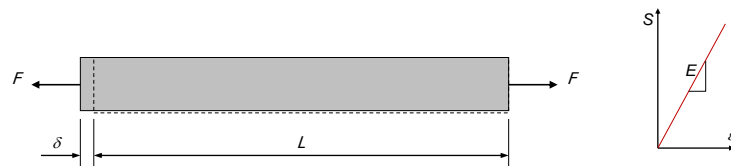
### □ Esfuerzo



$$S = \pm \frac{F}{A}$$

## Carga axial (2)

### □ Deformación



$$S = \pm F/A; \quad \epsilon = \delta/L$$

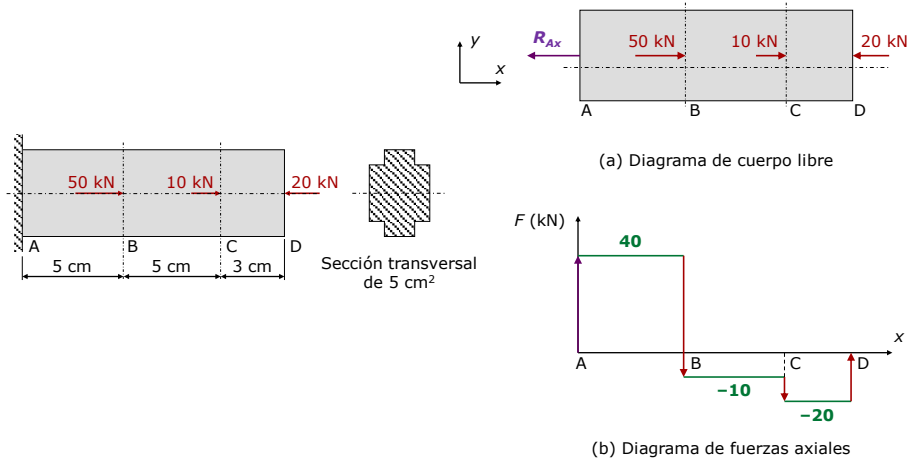
$$S = E\epsilon \text{ (dentro del límite de proporcionalidad)}$$

$$\delta = \epsilon L = \frac{S}{E} L = \frac{\pm F/A}{E} L, \text{ entonces}$$

$$\delta = \pm \frac{FL}{AE},$$

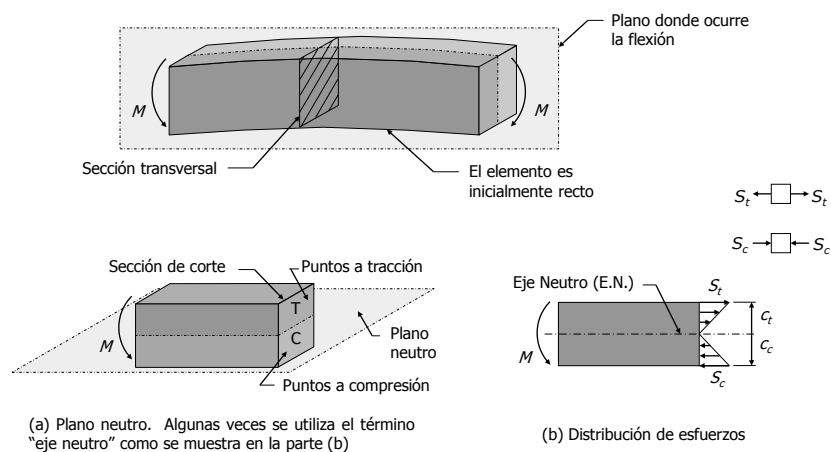
# Carga axial (3)

## Diagrama de fuerzas axiales



# Flexión (1)

## Esfuerzos



## Flexión (2)

$$S_t = \frac{Mc_t}{I}, \quad \text{y} \quad S_c = -\frac{Mc_c}{I},$$

$$S = \pm \frac{Mc}{I} = \pm \frac{M}{Z},$$

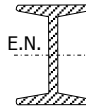
$Z = I/c$  es el **módulo de la sección**



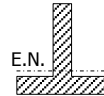
(a) Circular maciza



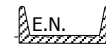
(b) Rectangular



(c) "I"



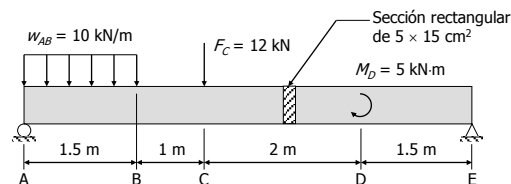
(d) "T" (invertida)



(e) "U" o canal

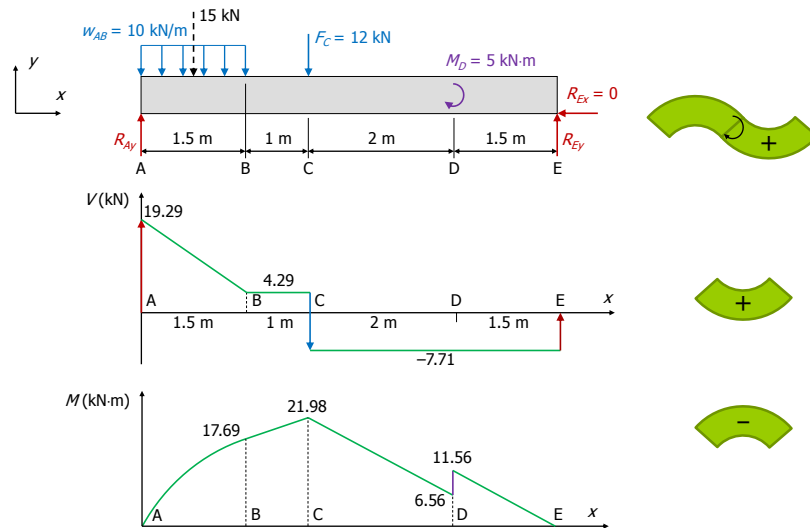
## Flexión (3)

- ❑ Diagramas de cizalladura y momento flector:
- ❑ Son aquellos en los cuales se puede determinar la fuerza cortante interna,  $V$ , y el momento flector interno,  $M$ , en las diferentes secciones de la viga



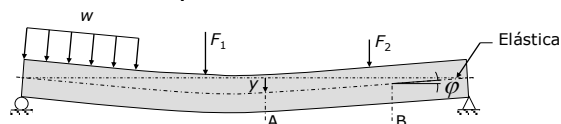
- ❑ Diagrama de cuerpo libre
- ❑ Ecuaciones de equilibrio y cálculo de las reacciones
- ❑ Diagrama de cizalladura
- ❑ Diagrama de momentos flectores

## Flexión (4)



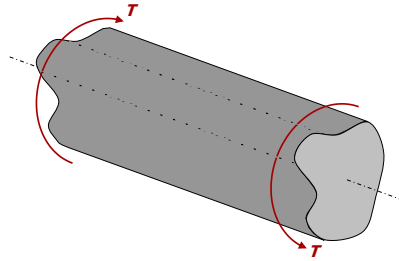
## Flexión (5)

- Deformaciones
- Existen varios métodos para el cálculo de las deflexiones de las vigas:
  - Tres momentos
  - Energía
  - Funciones de singularidad
  - Áreas de momento
  - Doble integración
- El apéndice 7 (de las tablas de diseño) presenta deflexiones máximas para casos comunes





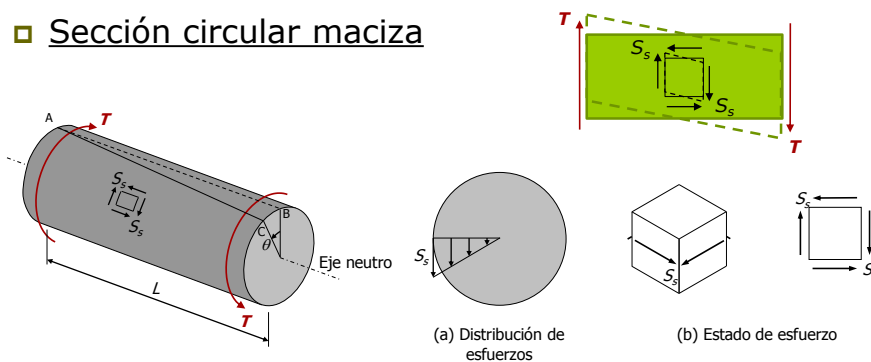
## Torsión (1)



- Se producen esfuerzos cortantes
- Las distribuciones de esfuerzos y los valores máximos dependen del tipo de sección transversal
- Deformación: una cara gira respecto a la otra

## Torsión (2)

- Sección circular maciza



$$S_s = \frac{Tc}{J} = \frac{T}{Z'}$$

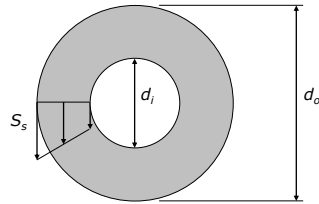
$$J = \pi d^4/32$$

$$S_s = \frac{16T}{\pi d^3}$$

$$\theta = \frac{TL}{JG}$$

## Torsión (3)

### □ Sección circular hueca



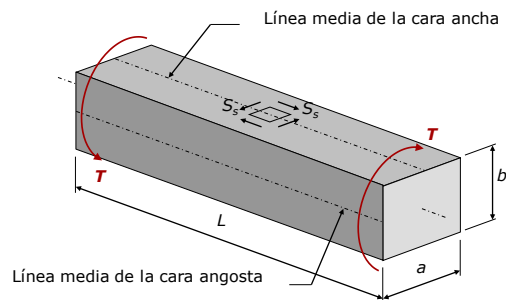
$$\theta = \frac{TL}{JG},$$

$$S_s = \frac{Tc}{J} = \frac{T}{Z'},$$

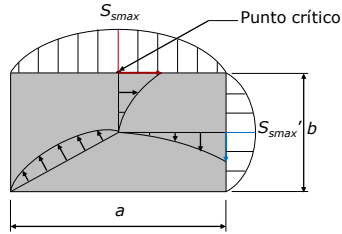
$$J = \pi(d_o^4 - d_i^4)/32 \quad \text{y} \quad Z' = 2J/d_o$$

## Torsión (4)

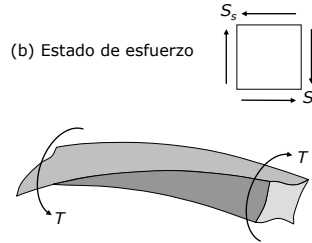
### □ Sección rectangular



# Torsión (5)



(a) Distribuciones de esfuerzos cortantes a lo largo de (i) los lados de la sección, (ii) dos líneas medias y (iii) una línea oblicua



(b) Estado de esfuerzo  
(c) La forma de las secciones rectangulares cambia al ser sometida a torsión y dichas secciones no permanecen planas

$$S_{smax} = \frac{T}{\alpha ab^2},$$

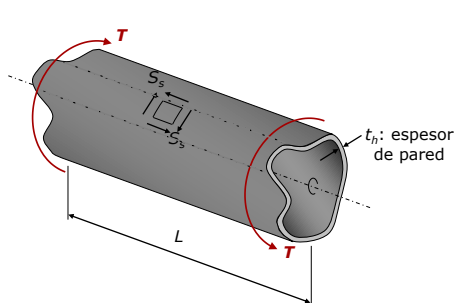
$$\theta = \frac{TL}{G\beta ab^3},$$

alb	1	1.5	2	3	4	6	8	10	∞
$\alpha$	0.208	0.231	0.246	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313	0.333
$\beta$	0.141	0.196	0.229	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333
$\gamma$	1.000	0.858	0.796	0.753	0.745	0.743	0.743	0.743	0.743

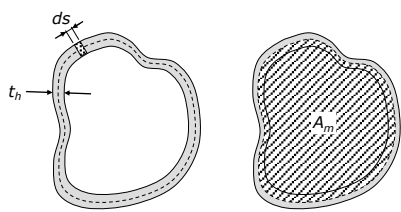
$$S_{smax}' = \gamma S_{smax},$$

# Torsión (6)

## ▣ Tubos de pared delgada



$$t_h < r_m/10, \quad r_m = \sqrt{A_m/\pi},$$



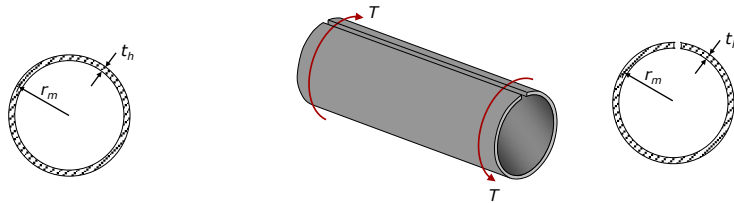
$$S_s = \frac{T}{2A_m t_h},$$

$$\theta = \frac{TL}{4A_m^2 G} \oint \frac{ds}{t_h},$$

Si  $t_h = \text{cte}$ , 
$$\theta = \frac{TLs}{4A_m^2 G t_h}.$$

## Torsión (7)

- ▣ Tubos se sección circular de pared delgada



$$S_s = \frac{T}{2\pi r_m^2 t_h} \quad \text{y} \quad \theta = \frac{TL}{2\pi r_m^3 G t_h}$$

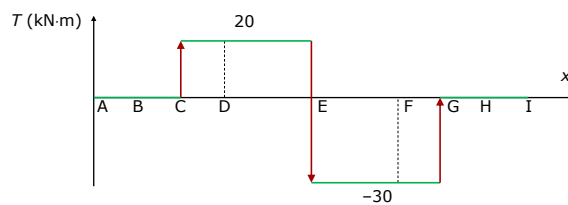
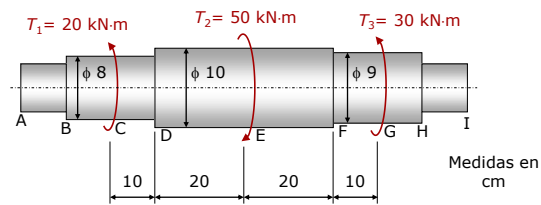
Circular hueca

$$S_s = \frac{3T}{2\pi r_m t_h^2}, \quad \text{y} \quad \theta = \frac{3TL}{2\pi r_m G t_h^3}$$

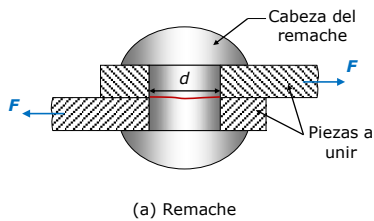
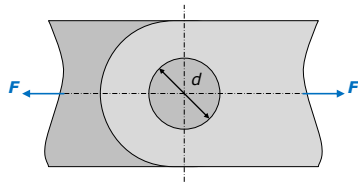
Circular hueca con ranura

## Torsión (8)

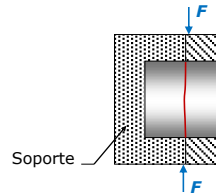
- ▣ Diagrama de torques



# Cizalladura



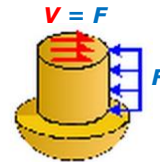
(a) Remache



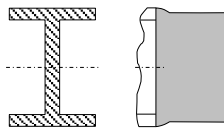
(b) Pieza a ser cizallada

$$S_s = \frac{V}{A},$$

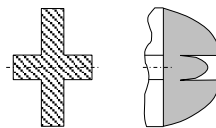
Promedio



# Esfuerzos cortantes en vigas



(a) Sección en "I"



(b) Sección en forma de cruz

$$S_s = \frac{V_y Q_{zz}}{I_{zz} b_z}$$

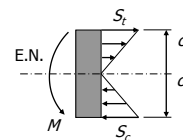
En cualquier punto

**Esfuerzos máximos**

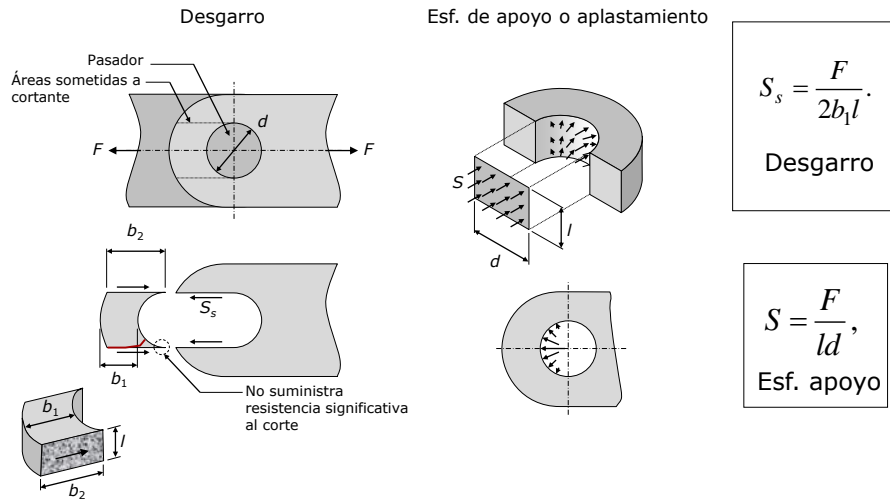
$$S_s = \frac{4V}{3A}, \quad \text{S. Circular}$$

$$S_s = \frac{3V}{2A}, \quad \text{S. Rectangular}$$

Aunque existan cargas transversales en la viga, en los puntos de mayores esfuerzos normales (los más alejados del eje neutro) el esfuerzo cortante es igual a cero, por lo tanto dichos puntos están sometidos a esfuerzo normal simple



## Esfuerzo de apoyo y desgarro



## Pandeo

Ocurre pandeo en elementos "esbeltos" sometidos a **compresión**



Si hay pandeo, el elemento queda solicitado a **compresión** y **flexión** y...

$$S > F/A$$

Se aplica la teoría de columnas (Resistencia de Materiales II)