

Capacitancia

(58)

La capacidad es la propiedad del condensador referida a la cantidad de carga que la configuración pueda almacenar por cada voltio de diferencia de potencial que existe entre placas, la razón de la carga al voltaje que existe entre ellas es una constante y se expresa como:

$$C = \frac{Q}{V} \cdot \left[\frac{\text{Coulomb}}{\text{Voltio}} \right] \text{ o } [\text{Faradio}]$$

$Q \Rightarrow$ carga de las placas sin tener en cuenta el signo

$V \Rightarrow$ diferencia de potencial entre placas.

La unidad de capacidad es el faradio (F)

$$1 \text{ faradio} = \frac{1 \text{ coulomb}}{\text{Voltio}}$$

Un coulomb es una cantidad muy grande de carga y la cantidad que se almacena en la mayoría de los casos es mucho más pequeña que un coulomb. la capacitancia se expresa en:

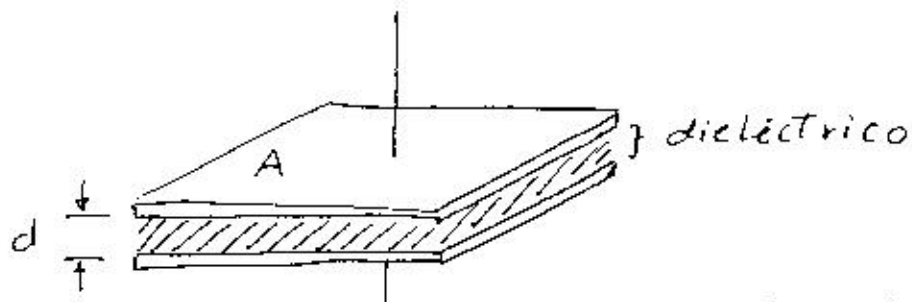
$$\begin{array}{ll} \text{picofaradios} & \text{pF} = 10^{-12} \text{ F} \\ \text{nanofaradios} & \text{nF} = 10^{-9} \text{ F} \\ \text{microfaradios} & \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F} \end{array}$$

Condensador de placas paralelas: es un dispositivo constituido por el arreglo formado por dos conductores metálicos próximos entre sí y separados por un aislante que se denomina dieléctrico.

Los conductores se hacen generalmente de hojas delgadas de aluminio y el dieléctrico es una pieza delgada o película de un material aislante.

El tipo de condensador más sencillo es el formado por dos láminas paralelas conductoras y separadas

por una distancia que es pequeña comparada con las dimensiones lineales de las láminas. Este dispositivo se denomina condensador de placas paralelas o simplemente condensador plano.



$d \Rightarrow$ distancia de separación entre placas, en m
 $A \Rightarrow$ área de placa en m^2

condensador de placas paralelas

El valor de la capacidad de una estructura de placas paralelas se encuentra a partir de la expresión

$$C = k \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$\epsilon \Rightarrow$ permitividad del dieléctrico

$k \Rightarrow$ constante dieléctrica relativa

$$k = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

$\epsilon_0 \Rightarrow$ es la permitividad del vacío

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$$

$A \Rightarrow$ área de las placas en m^2


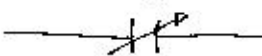
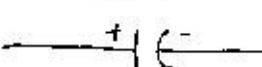
$d \Rightarrow$ distancia entre placas en m.

De la ecuación anterior se puede ver que para incrementar el valor de la capacidad de una estructura de placas paralelas se puede incrementar el área de las placas, el valor de la constante dieléctrica, o también se puede disminuir la distancia entre placas.

La expresión anterior quedará:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

simbolos:

-  condensador fijo
-  condensador variable
-  condensador dieléctrico

condensadores dieléctricos: un dieléctrico es un material aislante colocado entre placas de un condensador para incrementar el valor de la capacitancia.

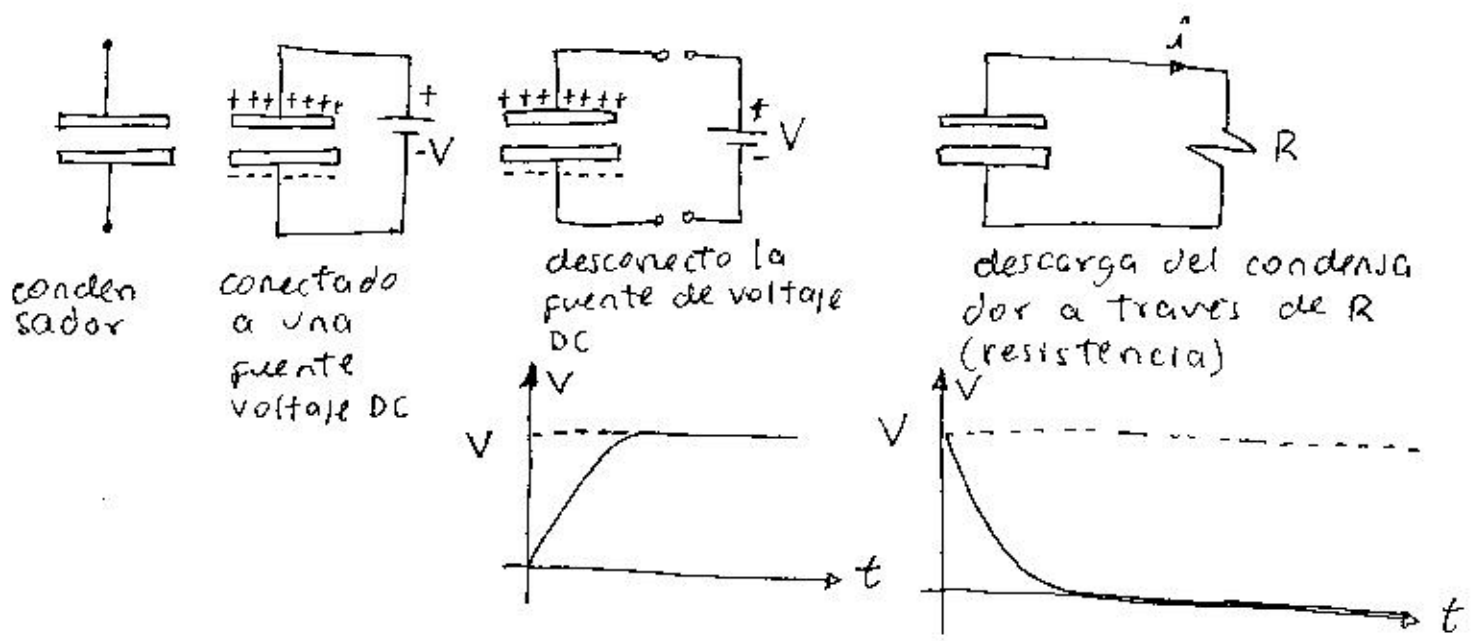
Diferentes valores de capacitancia se obtienen a partir de dos placas paralelas del mismo tamaño y separación utilizando varios dieléctricos. la constante dieléctrica K es el parámetro que indica que tanto un dieléctrico particular insertado entre placas de un condensador incrementa el valor de la capacitancia con relación a su valor en el vacío.

Dielectrico	$K = \epsilon / \epsilon_0$ valor promedio	rigidez dieléctrica V/cm	resistencia dieléctrica V/m
Vacío	1.0	3×10^4	—
aire	1.0006	6×10^5	3×10^6
polietileno	2.5	6×10^5	24×10^6
papel, parafina	4.0	5×10^5	16×10^6
nieve	5.0	2×10^6	
película de óxido	5.25		
cerámica (bajas pérdidas)	8.0	8×10^4	
cerámica (K alto)	100 - 1000		
agua	80		—

La constante dieléctrica sin embargo, no es el único parámetro que se debe considerar cuando se escoge un dieléctrico para un condensador. La escogencia del dieléctrico también depende de factores tales como las pérdidas, la resistencia de fuga y la rigidez dieléctrica.

Energía Almacenada en un condensador: cuando una fuente de voltaje se aplica a través de las placas de un condensador descargado, los electrones fluyen desde una placa y se acumulan en la otra.

La carga total (q) depositada en las placas es $q = CV$, donde C es la capacitancia del condensador y V es el voltaje de la fuente. Si se quita la fuente y los terminales del condensador se mantiene desconectado, la carga se guarda (almacena) en la superficie de las placas del condensador.



La transferencia de carga de una placa del condensador hacia la otra durante la carga, requiere un gasto de energía, por que una vez que existe alguna carga negativa acumulada en la placa negativa, éstas cargas repelen cualquier carga adicional que trate de llegar allí.

La energía requerida para hacer este trabajo se almacena como energía potencial por la capacitancia y se puede recobrar permitiendo que el exceso de carga negativa fluya de la placa cargada negativamente a la placa positiva.

si un camino conductor se introduce entre las placas cargadas del condensador, se establece un flujo de carga hasta cuando no exista diferencia de potencial entre las placas. la energía que existe en un condensador cargado se dice que está almacenada en el campo eléctrico entre placas.

$$W = \frac{1}{2} C V^2 \quad [J]$$

W => energía en Julios
V => voltaje entre placas

Usos de los condensadores en los circuitos:

- 1- Elementos de bloqueo de cd: cuando un condensador se coloca en serie con la rama de un circuito, se evita que los componentes de cd de la corriente de rama fluyan. sin embargo los componentes de ca. no se bloquean completamente. se utilizan en amplificadores, rectificadores y en osciladores.

- 2- elementos para desviar cantidades de c.a.: cuando un condensador se coloca en paralelo con una resistencia de gran valor, el condensador puede formar un camino de baja impedancia para las cantidades de ca. La cd. es forzada a utilizar el camino de alta impedancia porque el condensador permanece virtualmente como un circuito abierto para cd. Se utilizan en amplificadores clase A, B, C etc.
- 3- Elementos para almacenar energía: se utilizan en los circuitos que suministran energía a las unidades electrónicas de destello para flash fotográfico, aceleradores de electrones y lámparas láser. la energía se puede almacenar lentamente durante la carga del condensador y liberarse rápidamente por medio de una descarga acelerada.
- 4- Generador de pulsos: se utilizan las características transitorias de carga y descarga de los condensadores en computadores analógicos y generadores de tiempo.
- 5- Circuitos osciladores: como parte de los circuitos que producen las oscilaciones
- 6- Fuentes alimentadoras de potencia: como filtros para reducir las fluctuaciones de la forma de onda de la salida.
- 7- Factor de potencia: para mejorar el factor de potencia en los sistemas de transmisión de potencia.

combinación de condensadores:

1- conexión en paralelo: dos condensadores se conectan en paralelo, los flujos de carga q_1 y q_2 se almacenan formando la unión de los dos entonces:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

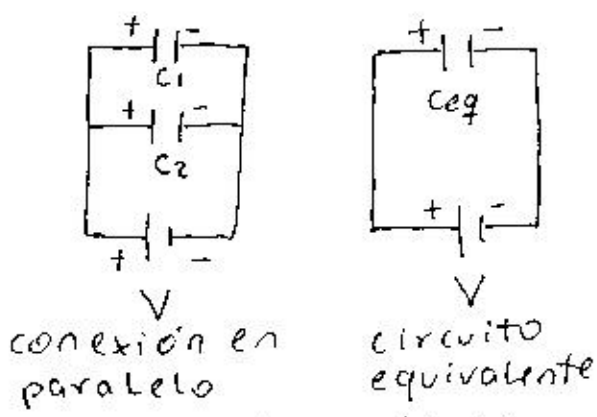
lo que indica que es la suma o sea que podemos reemplazar dos condensadores por uno solo.

$$Q = C_1 V \quad , \quad Q_2 = C_2 V$$

ahora la diferencia de potencial a través de cada condensador en un circuito en paralelo es la misma y es igual al voltaje de la batería V .

$$Q = C_{eq} V$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$



sustituyendo esta relación encontramos que la carga es:

$$C_{eq} V = C_1 V + C_2 V$$

cancelando V

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

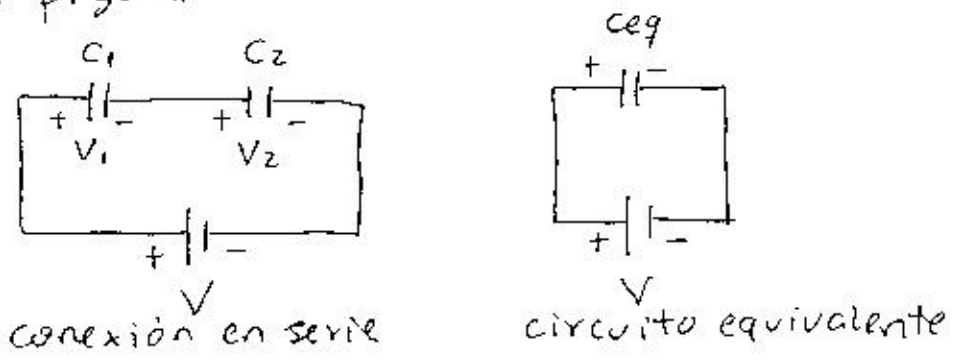
combinación de condensadores en paralelo

generalizando para n condensadores

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

combinación para n condensadores en paralelo

2-conexión en serie: dos condensadores en serie, como se ve en la figura



(65)

La magnitud de la carga debe ser la misma en todas las placas. Aplicando la definición de capacitancia se tiene

$$V = \frac{q}{ceq}$$

donde V es la diferencia de potencial entre terminales de la batería y ceq es la capacidad equivalente,

$$V = V_1 + V_2$$

donde V_1 y V_2 son diferencias de potenciales a través de los condensadores C_1 y C_2 . En general la diferencia de potencial a través de cualquier número de condensadores en serie es igual a la suma de las diferencias de potencial a través de cada condensador individual. Ya que $q = CV$ puede ser aplicado a cada condensador, la diferencia de potencial a través de cada uno.

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{q}{C_2}$$

sustituyendo estas expresiones y observando que $V = \frac{q}{ceq}$ se tiene:

$$\frac{q}{ceq} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$$

cancelando q llegamos a la relación

$$\boxed{\frac{1}{ceq} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \quad \text{combinación en serie}$$

generalizando:

$$\boxed{\frac{1}{ceq} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}} \quad \text{combinación para } n \text{ condensadores en serie}$$

Ejercicio 1: un condensador de placas paralelas tiene 66 un área $A = 2 \text{ cm}^2$ y una separación entre placas $d = 1 \text{ mm}$. Encuentre su capacitancia.

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

2 cm^2 a m^2

1 mm a m

$$2 \text{ cm}^2 \cdot \left[\frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \right]^2 = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ mm} \cdot \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$C = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot \frac{2 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{1 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1.77 \times 10^{-12} \text{ F}$$

Ejercicio 2: un condensador relleno de papel de placas paralelas tiene placas cuyas dimensiones son $2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$, las placas están separadas por papel de 1 mm de espesor. calcular:

a) la capacitancia del dispositivo

$$C = k \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C = (4.0) (8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}) \frac{6 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{1 \times 10^{-3} \text{ m}} = 21.24 \times 10^{-12} \text{ F}$$

21.24 pF

b) cuál es la máxima carga que puede colocar en el condensador.

$$q_{\text{max}} = C V_{\text{max}}$$

$$V_{\text{max}} = [\text{Rig-dieléct}][d] = [16 \times 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}][1 \times 10^{-3} \text{ m}] = 16 \times 10^3 \text{ V}$$

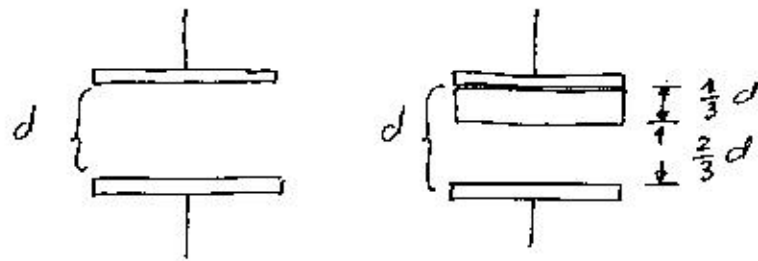
$$q_{\text{max}} = [21.24 \text{ pF}][16 \times 10^3 \text{ V}] = 0.339 \mu\text{C}$$

c) cuál es la máxima energía almacenada en el condensador

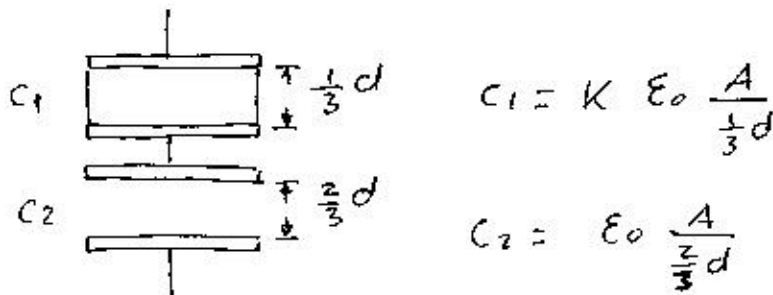
$$W = \frac{1}{2} C V^2$$

$$W = \frac{1}{2} (21.24 \text{ pF}) (16 \times 10^3 \text{ V})^2 = 2.718 \text{ mJ}$$

Ejercicio 3: Un condensador de placas paralelas tiene una capacitancia C_0 en ausencia de dieléctrico. Una plancha de material dieléctrico de constante dieléctrica K y espesor $\frac{1}{3}d$ se introduce entre placas, ver figura. ¿Cuál es la nueva capacitancia cuando el dieléctrico esté presente.



se conforman dos condensados en serie uno con dieléctrico otro sin dieléctrico



$$C_1 = K \epsilon_0 \frac{A}{\frac{1}{3}d}$$

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{\frac{2}{3}d}$$

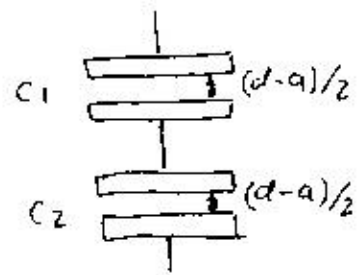
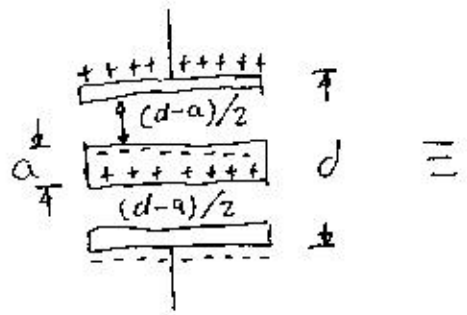
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{\frac{1}{3}d}{K \epsilon_0 A} + \frac{\frac{2}{3}d}{\epsilon_0 A}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{d}{3 \epsilon_0 A} \left[\frac{1}{K} + 2 \right] = \frac{d}{3 \epsilon_0 A} \left[\frac{1+2K}{K} \right]$$

$$C_{eq} = \left[\frac{3K}{1+2K} \right] \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C_{eq} = \left[\frac{3K}{1+2K} \right] C_0$$

Ejercicio 4: Un condensador de placas paralelas tiene una separación entre placas d y un área en la placa A . Una plancha de metal descargada de espesor a , es introducida justamente a la mitad entre placas, como se muestra en la figura. Encuentre la capacitancia equivalente.



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{l}{\frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2}} + \frac{l}{\frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2}}$$

$C_{eq} = \frac{\epsilon_0 A}{(d-a)}$ si $a \rightarrow d$ la capacitancia tiende a infinito

Ejercicio 5: Encuentre la capacitancia equivalente entre a y b para la combinación que se muestra en la figura. Todas las capacitancias son en $\mu F = 1 \times 10^{-6} F$

conceptos:

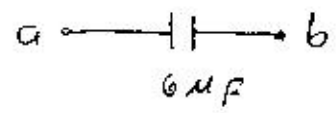
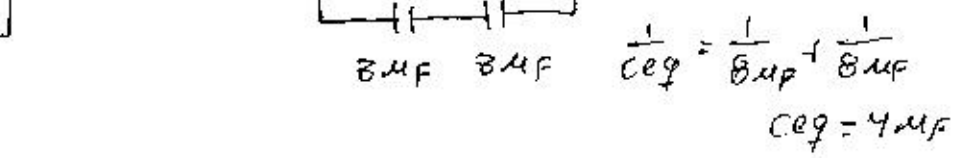
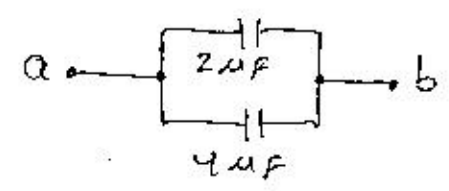
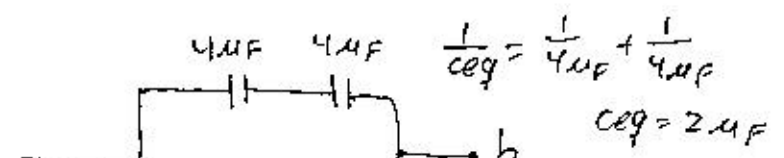
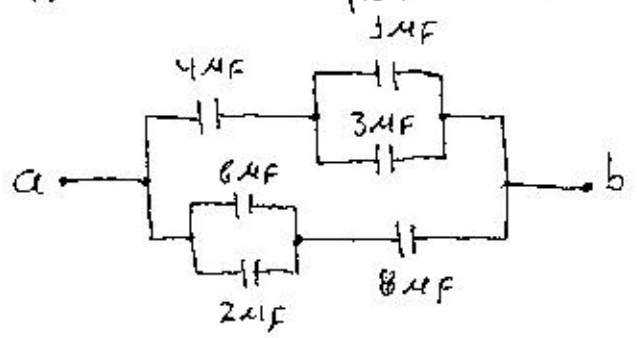
circuito eléctrico: interconexión de elementos eléctricos unidos entre sí de forma que pueden fluir una corriente eléctrica

fuerza o generador: elemento que produce electricidad, puede ser de I (corriente) o Voltaje o tensión (V).

conductor: hilo de resistencia despreciable que une dos o más elementos (resistencias, condensadores, bobinas etc)

rama: representa a cualquier elemento de dos terminales dentro de un circuito

nodo: es el punto de interconexión de dos o más ramas

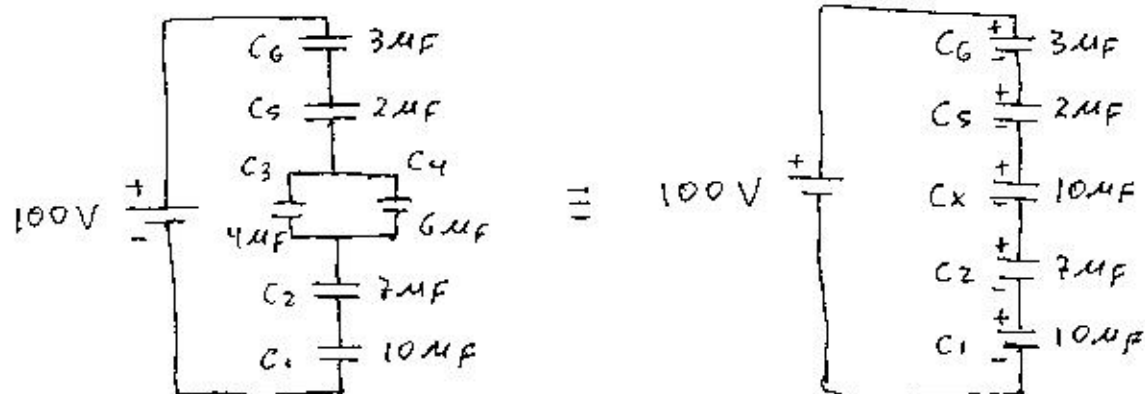


Divisor de tensión: esta definición sólo se aplica a elementos conectados en serie con una fuente de tensión o sea a elementos (condensadores) conectados en serie que pertenecen a una sola rama

$$V_n = \frac{C_{eq}}{C_n} \cdot V_T$$

$C_{eq} \Rightarrow$ toda la rama

Ejercicio 6: Encuentre voltajes y cargas en cada condensador en la siguiente figura.



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_X} + \frac{1}{C_5} + \frac{1}{C_6} = \frac{1}{10\mu F} + \frac{1}{7\mu F} + \frac{1}{10\mu F} + \frac{1}{2\mu F} + \frac{1}{3\mu F}$$

$C_{eq} = 0.8502 \mu F$ su valor es menor al menor condensador conectado en serie

$$V_1 = \frac{0.8502 \mu F}{10 \mu F} \cdot 100 V = 8.502 V$$

$$V_2 = \frac{0.8502 \mu F}{7 \mu F} \cdot 100 V = 12.146 V$$

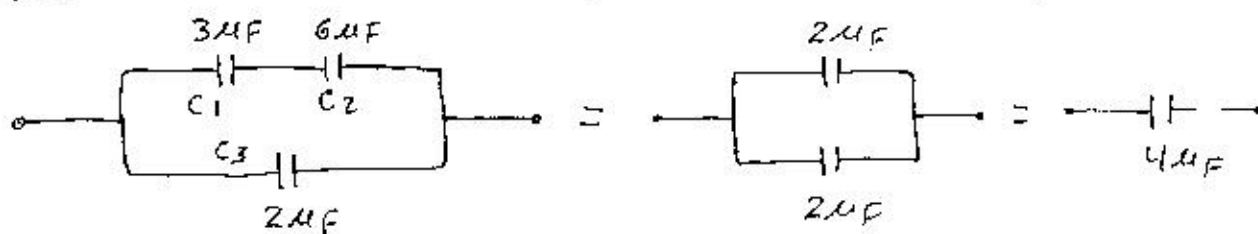
$$V_X = \frac{0.8502 \mu F}{10 \mu F} \cdot 100 V = 8.502 V$$

$$V_5 = \frac{0.8502 \mu F}{2 \mu F} \cdot 100 V = 42.51 V$$

$$V_6 = \frac{0.8502 \mu F}{3 \mu F} \cdot 100 V = 28.34 V$$

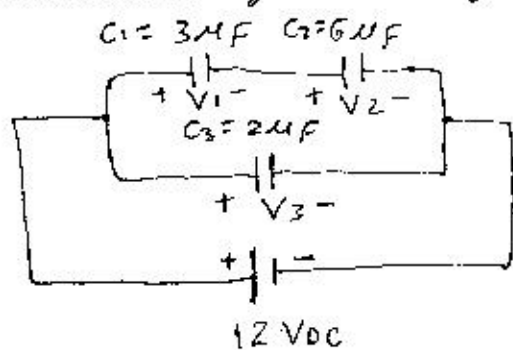
$$\Sigma 100 V$$

Ejercicio 7: Determine la capacitancia equivalente del conjunto de condensadores que se ve en la figura. (70)



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{3\mu F} + \frac{1}{6\mu F} \quad ; \quad C_{eq} = 2\mu F$$

b) si el conjunto se conecta a una batería de 12 voltios. Calcule la diferencia de potencial a través de cada condensador y la carga.



$$V_1 = \frac{2\mu F}{3\mu F} \cdot 12V = 8V$$

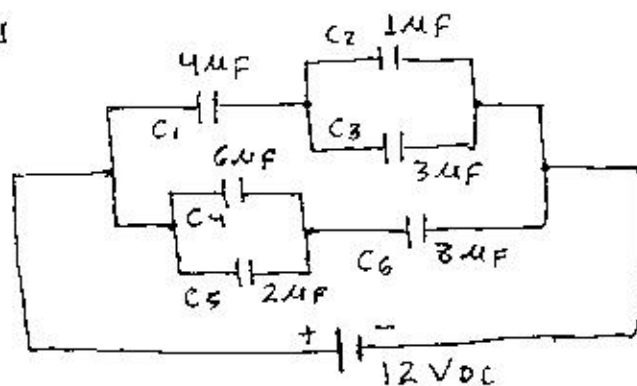
$$V_2 = \frac{2\mu F}{6\mu F} \cdot 12V = \frac{4V}{12V}$$

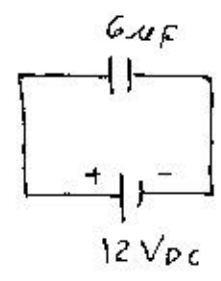
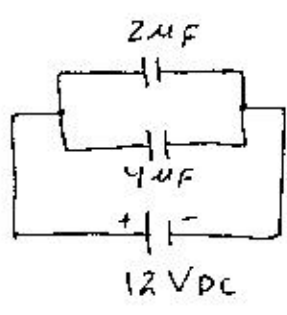
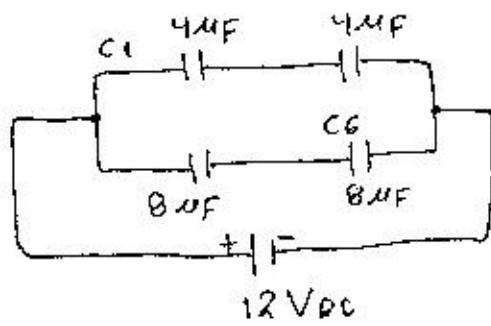
$$V_3 = \frac{3\mu F}{3\mu F} \cdot 12V = 12V$$

$$q = CV$$

capacidad μF	carga μC	voltaje V
$C_1 = 3\mu F$	$24\mu C$	8V
$C_2 = 6\mu F$	$24\mu C$	4V
$C_3 = 2\mu F$	$24\mu C$	12V

Ejercicio 8: para el siguiente circuito, calcule la diferencia de potencial a través de cada condensador y la carga del condensador si se conecta el conjunto a una batería de 12 voltios





$$V_1 = \frac{2\mu F}{4\mu F} \cdot 12V = 6V$$

$$V_2 = 6V$$

$$V_3 = 6V$$

$$V_4 = 6V$$

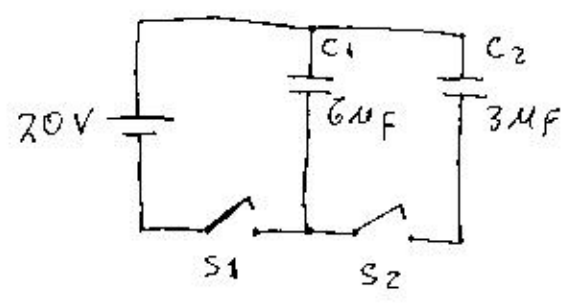
$$V_5 = 6V$$

$$V_6 = \frac{4\mu F}{8\mu F} \cdot 12V = 6V$$

$$Q = CV$$

capacidad µF	carga µC	voltaje V
C1 = 4µF	24 µC	6 V
C2 = 4µF	24 µC	6 V
C3 = 8µF	48 µC	6 V
C4 = 8µF	48 µC	6 V
C5 = 2µF	12 µC	6 V
C6 = 4µF	24 µC	6 V

Ejercicio 9: considere el circuito que se ve en la figura, donde $C_1 = 6\mu F$, $C_2 = 3\mu F$ y $V = 20V$. Se carga primero C_1 cerrando el interruptor S_1 . El interruptor S_1 es entonces abierto y el condensador cargado se conecta al condensador al cerrar el interruptor S_2 . Calcule la carga inicial adquirida por C_1 y la carga final en cada uno de los condensadores



con $S_1 \Rightarrow ON$ y $S_2 \Rightarrow OFF$

$$Q_1 = C_1 V = (6\mu F)(20V) = 120\mu C$$

con $S_1 \Rightarrow OFF$ y $S_2 \Rightarrow ON$

$$120 \mu C = \frac{2}{3} q_1 + \frac{1}{3} q_1$$

$$120 \mu C = \frac{2}{3} (120 \mu C) + \frac{1}{3} (120 \mu C)$$

$$120 \mu C = 80 \mu C + 40 \mu C$$

b) calcule la energía en cada condensador si se cierra S_1 y S_2

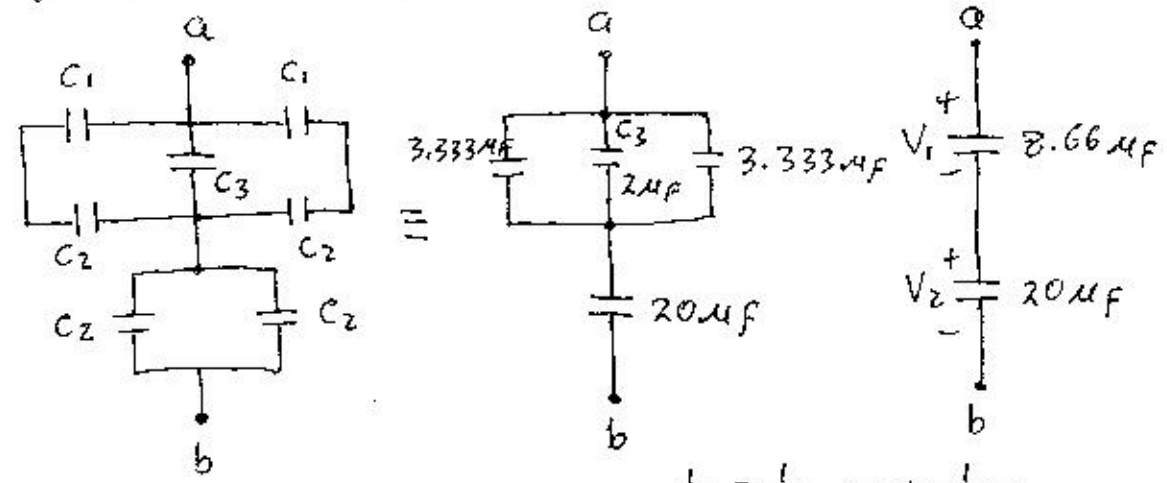
$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V^2 = \frac{1}{2} (6 \mu F) (20 V)^2 = 1.2 mJ = 1200 \mu J$$

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V^2 = \frac{1}{2} (3 \mu F) (20 V)^2 = 600 \mu J$$

Ejercicio 10: para el circuito descrito en la siguiente figura si la diferencia de potencial entre los puntos a y b es 60V. Calcular:

- a) cuál es la carga almacenada en el condensador C_3
- b) qué voltaje o tensión hay entre C_1 y C_2
- c) cuál es la carga en los demás condensadores

$C_1 = 5 \mu F$
 $C_2 = 10 \mu F$
 $C_3 = 2 \mu F$
 $V_{ab} = 60 V$



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{5 \mu F} + \frac{1}{10 \mu F}$$

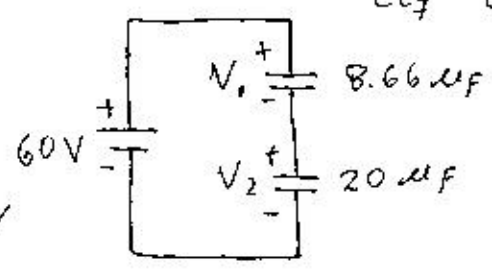
$$C_{eq} = 3.333 \mu F$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{8.66 \mu F} + \frac{1}{20 \mu F}$$

$$C_{eq} = 6.05 \mu F$$

$$V_1 = \frac{6.05 \mu F}{8.66 \mu F} \cdot 60 V = 42 V$$

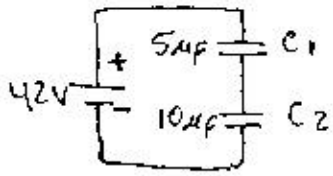
$$V_2 = \frac{6.05 \mu F}{20 \mu F} \cdot 60 V = 18 V$$



60 V

a) $Q_3 = C_3 V_1 = (2\mu F)(42V) = 84 \mu C$

b) $V_1 = \frac{3.333\mu F}{5\mu F} \cdot 42V = 14V$



$V_2 = \frac{3.333\mu F}{10\mu F} \cdot 42V = \frac{28V}{42V}$

c)

capacidad μF	carga μC	voltaje V
C1 = 5μF	70 μC	14V
C2 = 10μF	280 μC	28V
C3 = 2μF	84 μC	42V
C2 = 10μF	180 μC	18V