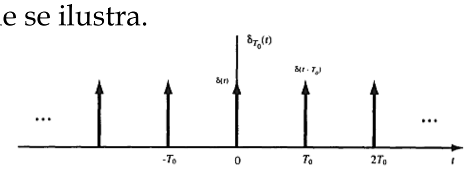
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
ANÁLISIS, TRANSMISIÓN Y FILTRADO DE SEÑALES

Taller (2) sobre representación de señales y transformadas de Fourier

1) Determine la representación en serie trigonométrica de Fourier para la señal que se ilustra.



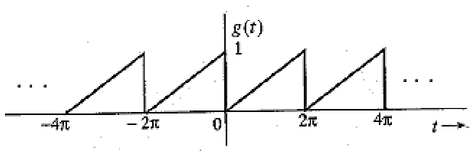
$$\delta_{To}(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_o)$$
$$K = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Donde $\boldsymbol{T_o}$ es el período fundamental de la señal.

A partir de los coeficientes obtenidos de la serie trigonométrica de Fourier, calcular los coeficientes de la serie exponencial de Fourier.

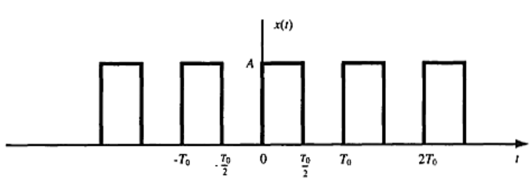
R// $a_o = 1/T_o$; $a_n = 2/T_o$; $b_n = 0$
$F_o = 1/T_o$; $F_n = 1/T_o$

2) Determine la representación en serie exponencial de Fourier para la señal $g(t)$ que se ilustra.



R// Analítica

3) Considere la señal periódica cuadrada $x(t)$ como se ilustra en la figura.



a) Determine la serie exponencial compleja de Fourier de la señal $x(t)$.
b) Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $x(t)$.
c) Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $y(t)$.

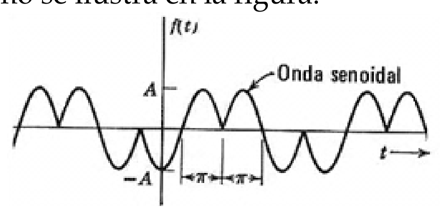
$$y(t) = x(t) - \frac{A}{2}$$

d) Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $y(t)$.

$$y(t) = x\left(t + \frac{T_o}{4}\right) - \frac{A}{2}$$

R// Analítica

4) Sea una señal periódica senoidal $f(t)$ como se ilustra en la figura.



a) Determine la serie exponencial compleja de Fourier de la señal $f(t)$.
b) Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $f(t)$.
c) Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $g(t)$.

$$g(t) = f\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$$

d) Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $g(t)$.

$$g(t) = f\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$$

R// Analítica

5) Demostrar cada una de las propiedades de la transformada de Fourier.

R// Analítica.

6) Verificar cada una de las transformadas de Fourier de las siguientes señales. Bosquejar su representación tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.

a) $1 \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega)$

b) $e^{j\omega_o t} \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega - \omega_o)$

c) $e^{-j\omega_o t} \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega + \omega_o)$

d) $\cos\omega_o t \leftrightarrow \pi[\delta(\omega - \omega_o) + \delta(\omega + \omega_o)]$

e) $\operatorname{sen}\omega_o t \leftrightarrow \pi[\delta(\omega - \omega_o) - \delta(\omega + \omega_o)]$

R// Analítica.

7) Encontrar la transformada de Fourier de la función **Signo**, $sgn(t)$, definida como:

$$sgn(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$$

R// $sgn(t) \leftrightarrow {}^{2}/_{j\omega}$

Con la transformada anterior, verifique la transformada de Fourier de la función **Escalón Unitario**, $u(t)$.

$$u(t) \leftrightarrow \pi\delta(\omega) + \frac{2}{j\omega}$$

8) Usando el teorema de la convolución en el tiempo, encontrar la transformada inversa de Fourier de

$$X(\omega) = \frac{1}{(a + j\omega)^2}$$

R// $te^{-at}u(t) \leftrightarrow \frac{1}{(a+j\omega)^2}$

9) Considerando una señal $x(t)$ dada como:

$$X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = A(\omega) + jB(\omega)$$

Y

$$x(t) = x_{par}(t) + x_{imp}(t)$$

Donde $x_{par}(t)$ y $x_{imp}(t)$ son las componentes par e impar de $x(t)$, respectivamente. Demuestre que

$$x_{par}(t) \leftrightarrow A(\omega); \;\; x_{imp}(t) \leftrightarrow jB(\omega)$$

R// Analítica.

10) Empleando el teorema de Parseval para señales de energía, evaluar la siguiente integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

R// π/a

Nota: El teorema de Parseval para señales de energía establece una relación entre la energía de la señal en el dominio del tiempo y la energía de la misma en el dominio de la frecuencia y está dada como:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

11) Considerando un sistema descrito como:

$$y'(t) + 2y(t) = x(t) + x'(t)$$

Encontrar la respuesta al impulso $h(t)$ del sistema aplicando la transformada de Fourier.

R// $h(t) = \delta(t) - e^{-2t}u(t)$

12) Considerar un sistema LTI en tiempo continuo descrito como:

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$$

Usando la transformada de Fourier, encontrar la señal de salida a cada uno de las siguientes señales de entrada:

a) $x(t) = e^{-t}u(t)$

b) $x(t) = u(t)$

R// a) $y(t) = (e^{-t} - e^{-2t})u(t)$;

$b)$ $y(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-2t})u(t)$