UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
ANÁLISIS, TRANSMISIÓN Y FILTRADO DE SEÑALES

Taller (1) sobre representación de señales

1) Determine si cada una de las siguientes señales es periódica o no. Si la señal es periódica, determine su periodo fundamental T_o.

a) $x(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}\right)$

b) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) + sen\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

c) $x(t) = \cos t + sen\,\sqrt{2}t$

d) $x[n] = e^{j(5\pi/6k)n}; k \in \mathbb{R}$

e) $x(t) = sent + sent/3 + sen\,t/5$

R// a) $T_o = 3s$; b) $T_o = 24s$; b) No es periódica; d) $T_o = 12k/5\,s$; e) $30\pi\ s$

2) Exprese los valores de Ω_1 y Ω_2 para que la señal $x[n]$ sea una señal periódica.

$$x[n] = \cos(\Omega_1 t) + \cos(\Omega_2 t)$$

R// Analítica

3) Demuestre que si $x(t+T) = x(t)$, entonces:

$$\int_{\alpha}^{\beta} x(t)dt = \int_{\alpha+T}^{\beta+T} x(t)dt$$

Para cualquier $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

R// Analítica

4) Sean dos señales ortogonales $x(t)$ y $y(t)$ definidas en intervalo $[t_1, t_2]$, y además, $z(t) = x(t) + y(t)$ en el mismo intervalo de tiempo. Demuestre que:

$$E_z = E_x + E_y$$

R// Analítica

5) Determine la constante $\boldsymbol{A}$ para que las señales $\varphi_1(t)$ y $\varphi_2(t)$ sean ortogonales en el intervalo $(-\infty, \infty)$

$$\varphi_1(t) = e^{-|t|} \quad ; \quad \varphi_2(t) = 1 - Ae^{-2|t|}$$

R//$A = 3$

6) Sea una función $g(t)$ dada como:

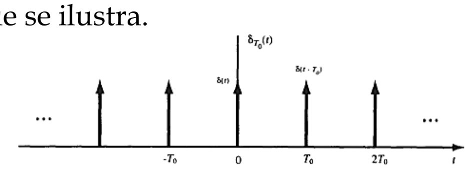
$$g(t) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \varphi_i(t)$$

Demostrar el teorema de Parseval para señales de energía:

$$E_g = \sum_{j=1}^{\infty} C_i^2 E_{\varphi i}$$

R// Analítica

7) Determine la representación en serie trigonométrica de Fourier para la señal que se ilustra.



$$\delta_{To}(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_o)$$

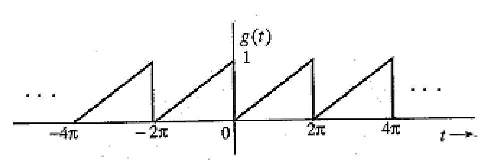
$$K = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Donde $\boldsymbol{T_o}$ es el período fundamental de la señal.

A partir de los coeficientes obtenidos de la serie trigonométrica de Fourier, calcular los coeficientes de la serie exponencial de Fourier.

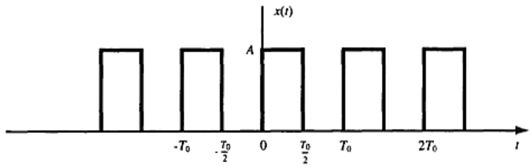
R// $a_o = 1/T_o$; $a_n = 2/T_o$; $b_n = 0$
$F_o = 1/T_o$; $F_n = 1/T_o$

8) Determine la representación en serie exponencial de Fourier para la señal $g(t)$ que se ilustra.



R// Analítica

9) Considere la señal periódica cuadrada $x(t)$ como se ilustra en la figura.



- **a)** Determine la serie exponencial compleja de Fourier de la señal $x(t)$.
- **b)** Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $x(t)$.
- **c)** Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $y(t)$.

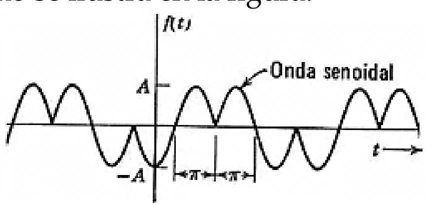
$$y(t) = x(t) - \frac{A}{2}$$

- **d)** Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $y(t)$.

$$y(t) = x\left(t + \frac{T_o}{4}\right) - \frac{A}{2}$$

R// Analítica

10) Sea una señal periódica senoidal $f(t)$ como se ilustra en la figura.



- **a)** Determine la serie exponencial compleja de Fourier de la señal $f(t)$.
- **b)** Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $f(t)$.
- **c)** Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $g(t)$.

$$g(t) = f\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$$

- **d)** Determine la serie trigonométrica de Fourier de la señal $g(t)$.

$$g(t) = f\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$$

R// Analítica

11) Un grupo de polinomios de Legendre $P_n(x)$, $(n = 0, 1, 2, \dots)$ forman un espacio completo de funciones ortogonales en el intervalo $(-1,1)$.

- **a)** Verifique la ortogonalidad para los tres primeros términos del espacio funcional de Legendre.
- **b)** Represente la señal $f(t) = -|t|$ en el intervalo $(-1,1)$ usando el conjunto de funciones verificado en el numeral anterior (b).
- **c)** Calcular el error de la representación de la señal.

Nota: Se pueden definir los polinomios de Legendre por medio de la fórmula de Rodrigues:

$$P_n(t) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dt^n}(t^2 - 1)^n\,;\ \ n = 0,1,2,\dots$$

R// a) Analítica;
b) $E_1 = 2, E_2 = 2/3, E_3 = 2/5,$
$C_1 = 1/2, C_2 = 0, C_3 = 5/8.$