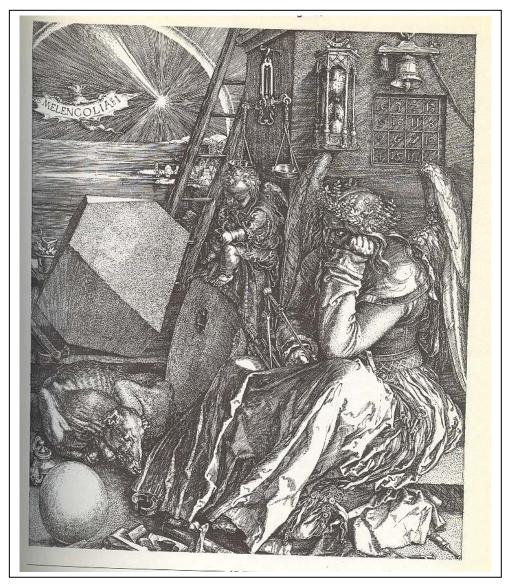
II Problemas de Geometría

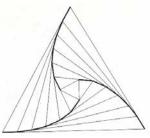


"Melancolía" de A. Durero

"El principal defecto de muchos sabios es que sólo se entretienen con discursos vagos y trillados, habiendo un campo tan bello para ejercitar el espíritu como el que ofrecen los objetos sólidos y reales, con ventaja para el público, los cazadores, los pescadores, los comerciantes, los marinos viajeros e incluso los juegos, tanto de habilidad como de azar, proporcionan material como para aumentar considerablemente las ciencias útiles.

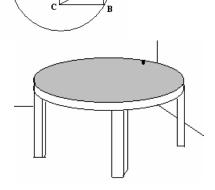
Hasta en los ejercicios infantiles hay cosas que podrían detener al matemático más grande."

Leibniz. Oper. Phil.



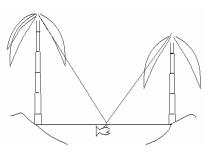
I figuras.

- 1. Obtenga el área del circulo siguiente, en el cuál el vértice O coincide con el centro del círculo:
- 2. Una mesa circular se encuentra en la esquina de un cuarto, de manera que toca dos paredes, en la orilla de la mesa se encuentra una mancha de tinta a 8 pulgadas de una pared y nueve pulgadas de la otra. ¿Cuál es el diámetro de la mesa?

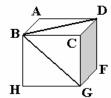


3. En la obra de un matemático árabe del siglo XI aparece el problema siguiente:

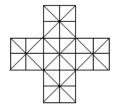
A ambas orillas del río crecen dos palmeras una frente a la otra. La altura de una es de 30 codos, y la de la otra, de 20. La distancia entre unos troncos, 50 codos. En la copa de cada palmera hay un pájaro. De súbito los dos pájaros descubren un pez que aparece en la superficie del agua, entre las dos palmeras. Los pájaros se lanzaron y alcanzaron el pez al mismo tiempo. ¿A que distancia del tronco de la palmera mayor apareció el pez?



- 4. Dibuja un polígono de 4 lados de manera que con una línea recta se pueda dividir en 3 triángulos.
- 5.- En la figura BD y GB son diagonales del cubo, ambas convergen en el vértice B. ¿Cuál es el ángulo que forman estas dos líneas?



6.- ¿Cuántos cuadrados y triángulos de diferente tamaño hay en el dibujo?



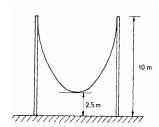
7.-Un tridómino es un triangulo equilátero utilizando dos de ellos solamente puede obtener esta forma:



Utilizando tres solamente puede formarse sólo esta figura: ¿Cuantas formas diferentes puede obtener si usa cuatro, y luego cinco tridóminos?

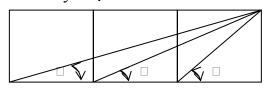


8.- Dos postes verticales de 10 metros cada uno tiene conectada una cadena de 15m. A su extremo superior la cual cuelga libremente quedando su extremo mas bajo a 2.5metros del suelo. ¿A que separación se encuentran las dos partes?

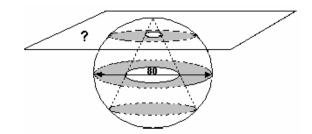


9.- Con un número determinado de mosaicos cuadrados, Fermín desea cubrir un piso de forma cuadrada sin embargo encontró que o bien le faltan 7 mosaicos o bien le sobran 10 para cubrir dicha superficie. ¿Cuantos mosaicos tiene Fermín?

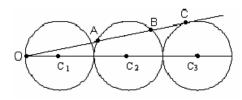
10.- Demuestre que en la figura formada con tres cuadrados, el ángulo \square es igual a la suma de los ángulos \square y \square \square .



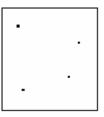
11.- Dentro de una esfera maciza de 80 cm. de diámetro existe una oquedad que tiene la forma de un cono equilátero inscrito en la esfera. ¿Cómo trazar un plano normal al eje del cono de manera el anillo circular que dicho plano determina al cortar la esfera y el cono tenga área máxima?



- 12.- Da un procedimiento para obtener el punto medio de un segmento AB dado, utilizando únicamente compás.
- 13.- Las tres circunferencias de la figura tienen el mismo radio r y sus centros son colineales, la circunferencia de en medio es tangente a las otras dos. Por O se traza una tangente a la circunferencia de centro C_3 . Obtenga el valor del segmento AB en términos de r.

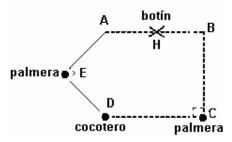


14.- En la figura siguiente trazar dos rectas sin levantar el lápiz del papel que pasen por los cuatro puntos.



15.- El pirata Morgan al llegar a la isla de la tortuga se dispuso a enterrar el botín en la playa, para lo cual tomo como referencia dos palmeras y un cocotero haciendo un mapa con las siguientes acotaciones:

 $AE \perp ED$ $DC \perp BC$ AE = ED DC = BCAH = HB



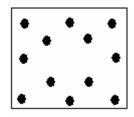
Al volver años después a dicha isla encontró que un huracán había desaparecido al cocotero. ¿Cómo localizar el botín?

16.- Diana la niña más brillante del salón, le enseña a Ollin el siguiente rompecabezas. Dibuja seis puntos en la pared como en la figura y le dijo: Ahora puedes ver solo dos rectas con tres puntos en línea debes mover un punto y colocarlo en la pared, de manera que se tengan cuatro líneas, cada una de ellas con tres puntos colineales.

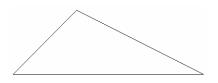


II Disección

- 1.- En un tablero cuadriculado de 6x6 coloca 18 puntos en los cuadros de manera que haya 3 puntos en cada línea horizontal, vertical o diagonal.
- 2.- Un huerto formado por 12 árboles (ver figura) desea dividirse en cuatro terrenos que tengan el mismo tamaño y forma y cada terreno con tres árboles.

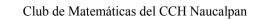


- 3.- Un pedazo de madera rectangular mide 3" de ancho y 8" de largo, como cortarlo para cubrir una superficie de 2" de ancho por 12 de largo.
- 4.- Martín tiene un terreno de forma triangular, como en la figura ver figura y desea dividirlo entre sus cuatro hijos de manera que los lotes tengan la misma superficie y sean de forma triangular y semejantes al terreno original como debe dividirlos.



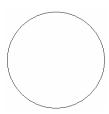
5.- Con dos cortes en línea recta divide una herradura en seis piezas



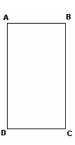




6.- Mediante tres líneas curvas formadas por arcos de círculo dividir en cuatro partes de igual área un círculo dado.



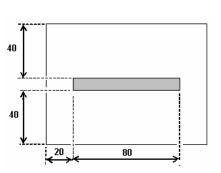
7.- ¿Cómo transformaría un rectángulo en un cuadrado cortándolo en tres piezas únicamente?



8.- Divida un cuadrado en 8 triángulos acutángulos.



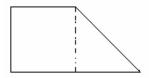
9.- Se tiene un rectángulo de 12x9 centímetros, con un agujero en medio de 1x8 centímetros, centrado como en la figura. Hay que cortarlo en dos piezas tales que al unirlas formen un cuadrado.



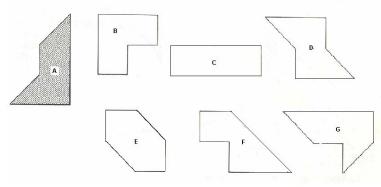
10.- Mediante una línea recta divida la siguiente figura en cuatro partes de igual área.



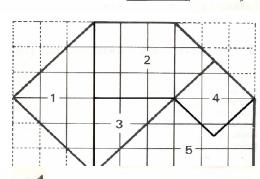
11.- La figura siguiente se construyo con un cuadrado y la mitad de otro hay que dividirlo en cuatro partes de la misma forma del mismo tamaño.



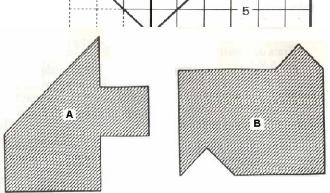
12.- Corte la figura sombreada A en dos partes, de manera que, al volverlas a reunir pueda formar cualquiera de las figuras: B, C, D, E, F y G.



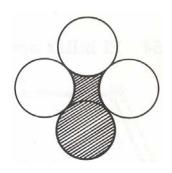
13.- Dibuja cuidadosamente sobre papel cuadriculado las cinco piezas de la figura, recórtalas y forma con ellas un cuadrado.



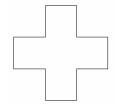
14.- Divide cada una de las figuras A y B en dos partes con la misma forma y tamaño.



15.- En esta figura, el rayado representa representa la sección transversal de una tetera que esta limitada por arcos de cuatro circunferencias iguales. Muestra como dos rectas pueden dividir dicha sección en tres piezas, de modo que, con ellas, se puede formar un cuadrado.



16.- Recorta una cruz griega como la de la figura. Divídela con dos cortes rectilíneos, en cuatro trozos, de manera que, con las cuatro piezas resultantes, se puede formar un cuadrado.

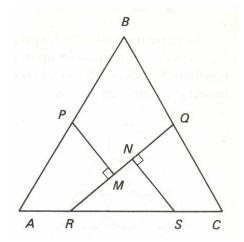


17.- Construye con cartulina un triángulo equilátero ABC y divídelo en cuatro partes tal como lo indica la figura, siendo

$$AP = BP$$
, $CQ = BQ$, $AR = \frac{1}{4}AC$, $CS = \frac{1}{4}CA$ y

PM y SN perpendiculares a RQ. Con AC = 8 cm.

Recorta las cuatro piezas y reordénalas para formar con ellas un cuadrado.

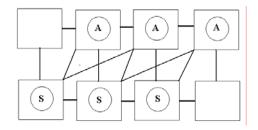




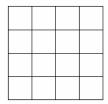


III Monedas

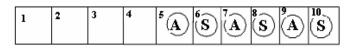
- 1. Coloca 10 monedas en 5 líneas rectas de modo que haya 4 monedas en cada línea.
- 2.- Coloque 6 monedas como en la figura, cámbielas de lugar en solo siete movimientos haciendo pasar las monedas de un cajón a otro por las líneas que lo conectan; solo podrá colocar una moneda en cada cuadro vacío.



3.- Con 8 monedas, 4 con sol S y 4 con águila A debe colocarlas en los cuadros del tablero de manera que queden en la misma hilera des monedas (S o A), horizontal, vertical, y diagonalmente.

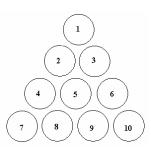


4.- Acomode en el tablero las monedas de manera que todos los soles queden a la izquierda, seguida por las águilas los

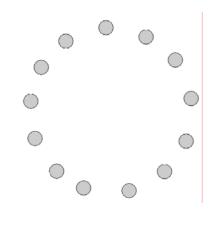


movimientos se harán con pases de fichas adyacentes, deslizándolas hacia lugares vacíos, sin separarla ni cambiar su orden . Para resolver el problema debe utilizar tres movimientos.

5.- Se tiene 10 monedas colocadas en forma de triángulo como en la figura. Poner el triángulo cabeza abajo moviendo sólo tres monedas.



- Club de Matemáticas del CCH Naucalpan
- 6.- Usando trece monedas colócalas de manera que se formen doce hileras de tres monedas cada una.
- 7.- Toma 27 monedas y colócalas en nueve hileras de seis monedas cada una.
- 8.- Coloca 16 monedas en 8 filas de manera que en cada fila haya 4 monedas.
- 9.- Se tienen trece monedas dispuestas en circulo: doce de cinco pesos y una de diez pesos. Comenzando por la moneda que se quiera contar hay que contar trece en el sentido de las manecillas del reloj, y la que caiga en ese lugar se retira, empezando por la siguiente a la que se retiró se cuenta de nuevo trece lugares, y así se repite doce veces el procedimiento hasta dejar una moneda solamente. ¿Por qué moneda empezar para dejar al final a la moneda de diez pesos?



10.- Dos monedas idénticas A y B parten de la posición que indica la figura. La moneda B permanece en reposo, mientras que la A rueda alrededor de B, sin deslizar, hasta que vuelve a su posición inicial. ¿Cuántas vueltas habrá dado la moneda A?



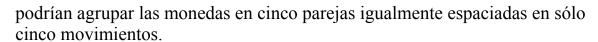
11.- Coloca ocho monedas en fila como en la figura, alternando sol y águila. Un movimiento consistirá en coger dos monedas seguidas y llevarlas a un extremo o a cualquier lugar de la fila en que haya un hueco, sin alterar nunca

el orden en que estaban. Coloca las monedas en



cuatro movimientos en el orden SSSSAAAA.

12.- Coloca diez monedas iguales en fila. Un movimiento del juego consiste en coger una moneda, saltar dos y ponerla sobre la tercera. Muestra como se



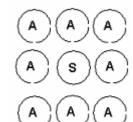
- 13.- De los siguientes problemas de monedas son muy parecidos, pero no iguales. Dos son posibles y uno no ¿Cuál?
- a) Coloca tres monedas sobre la mesa con sol hacia arriba. Un movimiento consiste en darle la vuelta a dos monedas a la vez. Cuántos movimientos son necesarios para poner todas las monedas con águila hacia arriba?



b) Coloca sobre la mesa cuatro monedas, todas ellas con sol hacia arriba. Un movimiento consistirá en darle la vuelta a tres monedas cualesquiera a la vez. ¿Cuántos movimientos son necesarios para poner todas las monedas con águila hacia arriba?



c) Coloca nueve monedas formando un cuadrado, todas ellas con águila hacia arriba excepto la del centro. Un movimiento consistirá en darle la vuelta a las tres monedas de una fila cualquiera, o bien de cualquier columna o de las dos diagonales. ¿Cuántos movimientos se necesitarán para llegar a poner todas las monedas con águila hacia arriba?

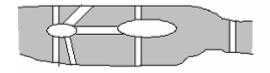


IV Recorridos

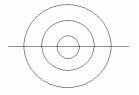




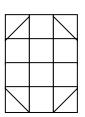
1. – Elabora una ruta en la que podrías andar en bicicleta por todos estos puentes, pero una sola vez por cada puente.



2.- Haga el siguiente trazo sin levantar el lápiz del papel, ni repintar ningún tramo.



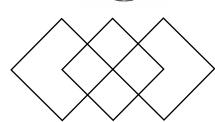
3.- Trace la siguiente figura con una línea continua sin pasar dos veces por el mismo tramo ni levantar el lápiz del papel.



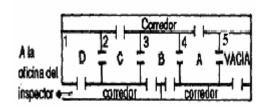
4.- Con un solo trazo continuo sin levantar el lápiz del papel y sin regresar sobre la misma línea realice la siguiente figura.



5.- Realice el trazo siguiente de manera que sea una línea continua, sin levantar el lápiz del papel ni pasar sobre una línea ya trazada, ni cruzar punto alguno.

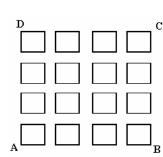


6.- Cuatro personas son arrestadas por el asesinato del político Francisco R. Como es común los han puesto en celdas incorrectas. el procurador Mario Cuando auiere interrogar por separado a cada uno de ellos requiere que no se vean ni tengan tiempo para preparar una coartada común. Se

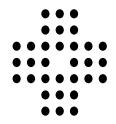


requiere comenzar con A luego B, C y D. ¿Cómo se pueden cambiar a los prisioneros de manera que A este en la celda 1, B en 2, C en 3 y D en 4, sin que se logren ver entre ellos y en el menor tiempo? No pueden quedar los prisioneros en el corredor solos puede usarse la celda vacía 5.

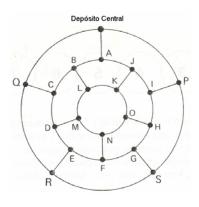
- 7.- a) Sin despegar el lápiz, ni trazar dos veces un segmento, trace 4 segmentos de recta de manera que pase por los 9 puntos.
- b) Sin despegar el lápiz, ni trazar dos veces un segmento, trace 6 segmentos de recta de manera que pase por los 16 puntos.
- c) Sin despegar el lápiz, ni trazar dos veces un segmento, trace 8 segmentos de recta de manera que pase por los 25 puntos.
- d) Sin despegar el lápiz, ni trazar dos veces un segmento, trace 10 segmentos de recta de manera que pase por los 36 puntos.
- 8.- Con un mapa que representa 16 manzanas de una población se requiere conocer todas las rutas diferentes que van del punto A al punto C yendo solo hacia arriba y a la derecha.



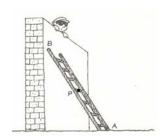
9.- Sin levantar el lápiz del papel sin regresar sobre la misma línea y con 8 segmentos rectos pase por todos los puntos de la figura.



10.- Una ciudad tiene un sistema de calles circulares y transversales, como en la figura. En cada empalme de las calles marcadas hay una gasolinera. Como debe el conductor de una pipa de PEMEX salir del depósito central, recorrer todas las gasolineras y regresar al depósito sin pasar dos veces por el mismo punto.



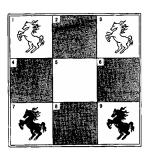
11.- ¿Que camino describirá un punto P fijo, que se encuentra a la mitad de una escalera que se va deslizando hacia abajo por una pared?



V Ajedrez



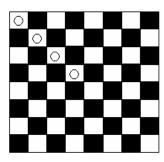
1.- En el dibujo tenemos un tablero con dos caballos blancos y dos negros, el problema consiste en intercambiar las posiciones de las piezas blancas y negras en siete movimientos, utilizando solo el tipo de movimiento permitido al caballo en el ajedrez.



2.- En un tablero de ajedrez pero de 5x5 cuadros, se tiene un caballo en el centro construye un esquema que recorra las 25 casillas sin repetir alguna.

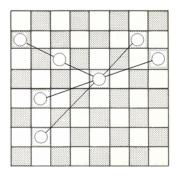


3.- Dividir en cuatro partes idénticas en cuanto a tamaño y forma un tablero de ajedrez que presenta colocadas en su diagonal a 4 peones (como en la figura) de manera que cada parte tenga un peón.



4.- ¿Cuántas piezas diferentes pueden cortarse de un tablero de ajedrez, si cada uno debe estar compuesto de cuatro casillas y los cortes solamente pueden hacerse según las líneas adyacentes a las casillas. Dos piezas semejantes que tengan los colores blanco y negro dispuestos de manera distinta se consideran distintas.

5.- En un tablero de ajedrez (8x8 cuadros) coloca 16 peones, de manera que no haya tres peones en línea recta. La figura siguiente presenta casos de tres peones que se encuentran en línea recta.



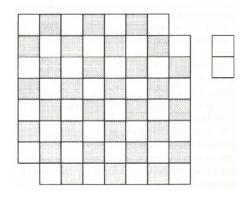
6.- Coloca en un tablero de ajedrez 12 caballos, de manera que cada cuadro del tablero esté ocupado o amenazado por un caballo.

7.- En 1848 Max Bezzel "Schachfreund" publica el problema siguiente: Colocar 8 damas en el tablero de forma que ninguna de ellas amenace a ninguna otra. Que equivale a colocar dos fichas en el tablero de manera que no haya dos en la misma fila, columna o diagonal.

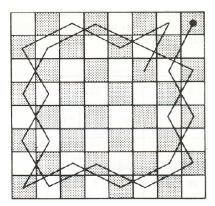
Gauss el príncipe de los matemáticos, obtuvo 76 de las 92 soluciones posibles, obtenga una solución.

8.- Una ficha de dominó tiene la misma forma y tamaño que dos cuadros de un tablero de ajedrez. Es fácil ver como se puede recubrir todo el tablero con 32 fichas de dominó. ¿Podría decir si es posible, o no, cubrir el tablero que muestra la figura (al que le faltan los cuadros de dos esquinas opuestas) con 31

fichas del dominó?



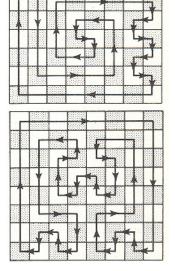
9.- Uno de los problemas más antiguo de la matemática recreativa es el encontrar el camino que debe seguir el caballo para realizar un recorrido pasando una sola vez todos los cuadros del tablero. Este problema llamo la atención de matemáticos tan famosos como De Moivre, Euler y Vandermonde; en la siguiente figura vemos incompleta, un recorrido hallado por Vandermonde en 1722. Obtenga el recorrido completo.



- 10.- El diagrama señala todos los cuadrados que puede alcanzar el caballo en dos movimientos, que definiremos como dos movimientos de distancia.
- a) Obtenga la "distancia" en que se encuentran los demás cuadros del tablero respecto a la posición del caballo.
- b) Si el caballo se coloca en una esquina del tablero obtenga la distancia a que se encuentra cada cuadro del caballo.

2		2		2		2	
			2				2
2		2		2		2	
	2		2		2		2
2		2		2		2	
			2				2
2		2		2		2	
	1 2		2		2		

- 11.- Una torre de ajedrez se mueve hacia arriba, hacia abajo, a izquierda o a derecha. Investigar las rutas que sigue una torre para que visite una sola vez todas las casillas del tablero y regrese a su punto de partida es de interés, la figura presenta ejemplos de este tipo de recorridos. A este recorrido se le llama "ruta completa con vuelta a casa".
- a) ¿Cuál es el mínimo número de cambios de dirección necesarios para completar una ruta con vuelta a casa?
- b) Si una torre recorre una vez todos las casillas sin regresar a casa, entonces recorre todas las cuadrículas en catorce cambios de dirección. ¿Puedes encontrar esta ruta?
- c) ¿Es posible que una torre empiece en una esquina, visite cada cuadrícula una sola vez y termine en la esquina opuesta?



12.- Para que todo el tablero de ajedrez esté amenazado por al menos una dama se requieren cinco damas. Obtenga una de las 4860 soluciones posibles del problema.



VI Reloj

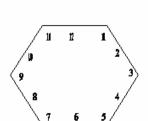
1.- Divida el reloj en 4 partes de modo que los números en cada parte sumen 20.



2.- A un reloj con carátula hexagonal se reordenan los números de la carátula de manera que la suma de tres números

de cada uno de los seis lados da 17.

¿De que manera se hace?



3.- En el reloj de la figura, el ángulo que forma cada manecilla con la dirección de las 12 es el mismo, tal como se indica. ¿Qué hora marca el reloj?



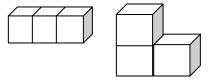
4. Agrega dos líneas rectas y divide el cuadrante del reloj en tres partes. La suma de los números de cada parte deben ser igual





VII Cubos

1.- Si usted tiene tres dados o cubos de manera y los pega lado con lado (cara con cara) son posibles únicamente dos configuraciones, como se muestra. ¿Cuántas formas diferentes pueden construirse con cuatro dados?

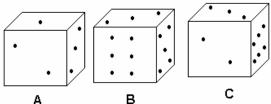


2.- Considera el cubo que aparece en la figura, como dibujaría esta figura por medio de una sola línea continua, que en ningún momento despegue el lápiz o regrese sobre la misma línea considerando el trazo en el espacio.



3.- Todos los dados están marcados de forma que los puntos de las caras opuestas suman 7.

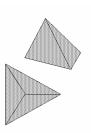
Los tres dados de la figura están marcados correctamente. Sin embargo la orientación de los puntos de uno de ellos es diferente al de los otros dos dados. ¿Cuál es el dado diferente?



- 4.- ¿Cómo marcar las caras de dos dados con números enteros, de manera que al caer sumen cualquiera de los números del 2 al 37?
- 5.- Se tiene dos tetraedros regulares, a los que cada cara se le pone un número y se usan como dados para lo cual las caras que sirven de base al caer indican los puntos obtenidos, esto es, el valor logrado es la suma de las caras de ambos lados que quedan ocultas.

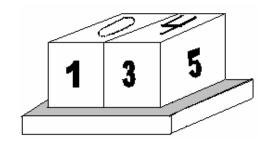
Para numerarse las caras se tienen las reglas siguientes:

- 1) Cada cara en un dado tiene cifras diferentes, pero una misma cifra puede figurar en los dos dados.
- 2) Ya sea tirando un dado, o bien los dos, no debe obtenerse un valor que sea potencia de 2, salvo cuando el valor obtenido es el máximo que puede lograrse con la tirada de los dados.

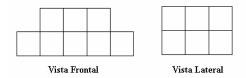


- 3) Al tirarse los dos dados no se puede obtener cero.
- 4) Cualquier valor hasta el máximo puede obtenerse con la tirada de los dos dados, excepto los valores ya dichos.
- 6.- Un calendario de escritorio, fecha los días del mes con dos dados como en la figura, de forma que las dos cifras que aparecen frontalmente dan el día del mes.

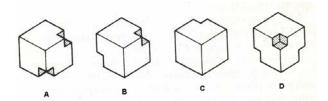
¿Cuáles son los cuatro dígitos que no aparecen en el cubo de la izquierda y los tres no visibles del cubo de la derecha?



- 7.- Al acomodar cubos de manera que su vista de frente y por un lado derecho es como se muestra en la figura.
- a) ¿Cuál es el mínimo de cubos que se utilizan?
- b) ¿De cuantas maneras diferentes se pueden colocar éste mínimo número de cubos para que se produzca la misma representación?



8.- Los cubos que aparecen en la figura se les ha cortado alguna esquina. Sólo hay dos cubos que tienen la misma forma ¿Cuáles son?

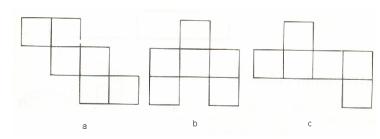


9.- Un juego de palabras utiliza dados con una letra en cada cara. En la figura aparecen tres vistas de uno de estos dados. ¿Qué letra es la que figura en la cara opuesta a la que ocupa la letra H.



10.-Una figura formada por seis cuadrados iguales unidos lado con lado se llaman hexóminos. En la figura se presentan tres hexóminos, de ellos el

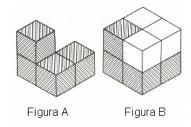
primero y el tercero (a y c), sirven de plantillas que pueden plegarse y formar un cubo, pero con el segundo



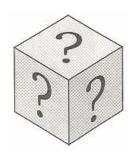
hexómino no es posible tal construcción.

- a) Obtenga los diferentes hexóminos que se pueden construir.
- b) Obtenga los hexóminos que al plegarse se forma con ellos un cubo.
- 11.- Si se construyen dos sólidos con cuatro cubos del mismo tamaño como el de la figura A observaras que se puede construir un cubo de 2x2x2 como el de la figura B.

De cuántas maneras diferentes se puede dividir el cubo de 2x2x2 en dos cuerpos cada uno de ellos formado por cubos.



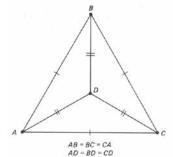
12.- Construye un cubo y coloca en cada cara un número de manera que las sumas de las tres caras de cada vértice, den ocho valores consecutivos.



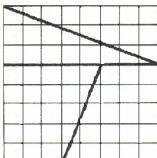


VIII Áreas y Distancias

- 1.- En el dibujo hay dos cuadros uno de 3cms y otro de 4cms. La esquina superior izquierda del cuadrado de 4cms coincidió con el centro del cuadro menor, se gira un ángulo arbitrario el cuadro mayor. ¿Cuál es el área de la porción sombreada del dibujo?
- 2.- Una vaca esta atada por una cuerda de seis metros a la esquina exterior de un redil cuadrado que mide cuatro metros de lado, rodeado por un campo de hierba. ¿En que área puede pastar la vaca?
- 3.- ¿Cual es el área del triángulo de lados 83, 94 y 177 ?
- 4.- En la siguiente figura las distancias que existen entre los puntos sólo hay dos distancias distintas. Encuentra otras figuras que tengan la misma propiedad.



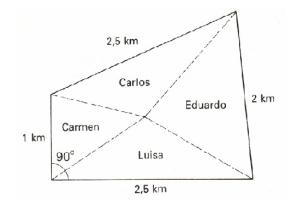
5.- En un cuadrado de 8x8 recorta las piezas que indica la figura de la izquierda y reordénalas formando el rectángulo de la derecha. Estas construcciones indican que sus áreas son iguales es decir 64 = 65. ¿Cómo se explica?





6.- Un ganadero dejo en herencia, a su muerte, todas sus tierras a sus cuatro hijos Carlos, Luisa, Eduardo y Carmen. Para evitar posibles disputas hizo en el mismo testamento un plano de sus tierras, que tenían la forma de un

cuadrilátero y dejo mandado que se dividieran en cuatro partes de forma triangular y de igual área, pero exactamente como indicaba la figura. La reacción inicial de los hijos fue muy favorable, pero cuando intentaron llevar a cabo la última voluntad de su padre se dieron cuenta de que se les planteaba un serio problema. ¿Cuál?

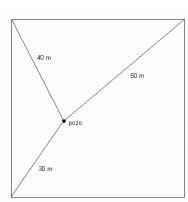


7.- Utilizando una hoja de cuaderno cuadriculada, si consideras los cuadritos de una unidad de longitud, traza todos las figuras diferentes que tengan un perímetro de 12 unidades.

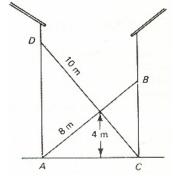
8.- Obtenga todas las figuras que se pueden construir en una cuadrícula de 3x3



9.- Un monasterio de forma cuadrada fue construido alrededor de un pozo que abastecía de agua a los monjes. El pozo estaba situado de que la distancia a tres esquinas manera 30m. 40m, consecutivas era V respectivamente. ¿Cuáles son las dimensiones del monasterio.



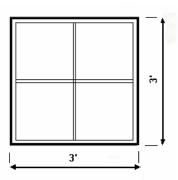
10.- En un pasadizo entre dos casas hay dos escaleras cruzadas, apoyadas contra las paredes, como se muestra en el dibujo. Las escaleras miden 8 y 10 metros respectivamente y se cruzan a una altura de 4 metros sobre el suelo. ¿Que tan separadas están las casas?

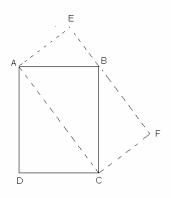


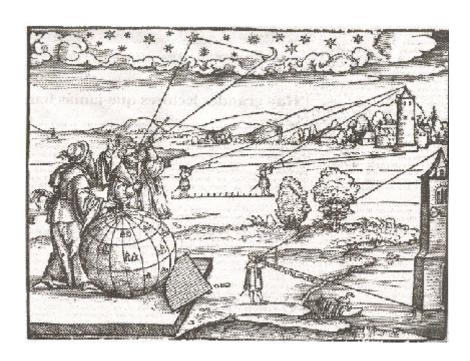
11. El matemático Charles Dowson mejor conocido como Lewis Carroll, autor de los libros: Alicia en el país de las maravillas y Alicia a través del espejo, propuso el siguiente problema:

Esta ventana dio más luz que lo que deseo. ¿Cómo puede cambiarse para que siga siendo un cuadrado pero dé la mitad de cantidad de luz? No se vale usar cortinas, cubrir con ropajes o cualquier techado. Su altura y anchura deben seguir siendo 3'.

12. El rectángulo ABCD tiene un área de 40 cm². Deduzca por un método rápido y sin formulas el área del rectángulo AEFC









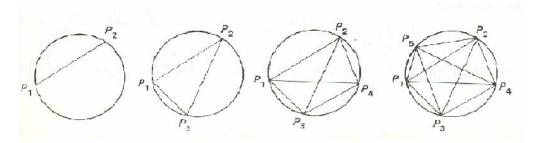
IX Puntos.

- 1.- Coloca nueve puntos de manera que se puedan formar 10 líneas rectas con 3 puntos en cada línea recta.
- 2.- En la figura tenemos diez puntos formando
 tres filas de cuatro puntos en cada una (una
 horizontal
 y tres verticales) Cambia de posición solo dos
 puntos
 para formar cuatro filas de cuatro puntos cada
 una.
- 3.- La figura representa el pequeño huerto en que hay 36 coles plantadas formando un cuadro de seis por seis. ¿Cómo quitar seis coles de manera que en el cuadrado siga en cada línea, columna o diagonal un número par de coles.
- 4.- ¿Cuántos cuadrados pueden formarse en la figura con la condición que los vértices sean puntos de esta?
- • • •
- 5.- En la siguiente figura elimina 6 puntos de modo que no pueda formarse ninguna cuadrado con sus vértices en los puntos de la figura.

• •

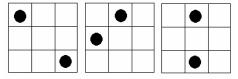
6.- Las figuras siguientes muestran lo que ocurre cuando se toman varios puntos sobre una circunferencia y se trazan las todas las cuerdas posibles que unen a un par de puntos. SI coges unas tijeras y recortas cada uno de los círculos por las cuerdas dibujadas, obtendrás, respectivamente, 2, 4, 8 y 16 piezas.

¿Cuántas piezas resultarán si repetimos el proceso con seis puntos distintos de la circunferencia?

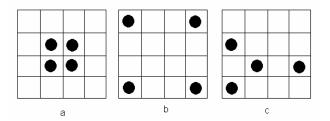


- 7.- a) En la siguientes figuras hay tableros de 3x3 en los que se han colocados fichas con las condiciones siguientes:
- En cada cuadro no hay mas que una ficha,
- No hay tres fichas alineadas.

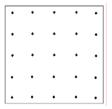
Coloca otras cuatro fichas en cada tablero, de manera que no haya en ninguno tres alineadas.

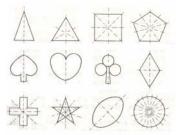


b) En un tablero de 4x4 se tienen las siguientes disposiciones de fichas, cuantas fichas podrás añadir en cada tablero sin llegar a tener 3 fichas en raya.



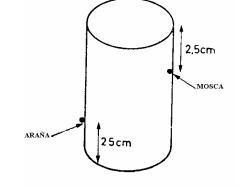
- c) Obtenga posibles maneras de colocar 8 fichas en un tablero de 4x4 sin tener 3 fichas en raya.
- d) Con las mismas condiciones de los problemas anteriores, coloca 10 fichas en un tablero de 5x5 sin tener 3 en raya.
- 8.- En un tablero de 5x5 clavos como el de la figura, y con una liga de goma elástica:
- a) Coloca la liga formando un cuadrado y que rodee 5 clavos.
- b) Coloca de dos manera la liga formando una cruz simétrica, rodeando 5 clavos.
- c) Encuentra tres maneras de formar un cuadrado que rodee 9 clavos.





X Simetría.

1. La ilustración muestra un cilindro de vidrio de 1.20m de alto y 1.80m de circunferencia. En el exterior del cilindro se encuentra una araña a 25 cm. de la base, y en el interior del cilindro hay una mosca en el diámetro opuesto a .25m del borde superior . La araña al ver la mosca, toma la ruta mas corta en el cilindro y la atrapa.



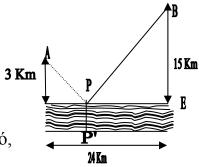
- ¿Qué ruta siguió la araña y que distancia camino?
- 2.- Se han dividido en cuatro categorías las primeras letras del alfabeto ¿Puede señalar en cual de las cuatro categorías categoría deberá colocarse cada una de las letras restantes?

#Categoría	Letras
1	A M
2	BCDEK
3	FGJL
4	ΗΙ

3.- Dos pueblos, A y B se encuentran en la misma ribera de un rió tal como se indica en la figura. El río sigue un curso recto.

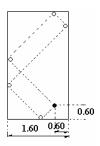
Para cruzar el río quieren construir un solo puente a fin de disminuir los gastos.

Con este mismo fin acuerdan localizar un punto del rió, P, de manera que la suma de las distancias del puente a cada pueblo sea mínima. ¿Cual es la distancia mínima?



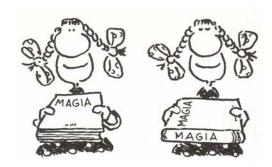
4.- En un billar de 1.60 m. de ancho, se coloca una bola a 60 cm. de cada uno de los bordes. La bola es lanzada sin efecto con un ángulo de 45⁰. Después de haber



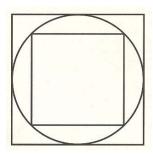


tocado 5 bandas, la bola vuelve a su punto de partida. Cuál es el largo del billar?

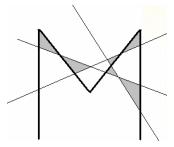
5.- La pequeña Catalina ha desafiado a sus amigos a hacer algo que parece totalmente imposible: coger un libro, girarlo un ángulo de 180°, volverlo a girar otros 180° y que el libro quede formando un ángulo de 90° con respecto a su posición inicial. ¿Será posible?

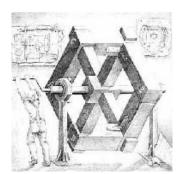


6.- En la siguiente figura el cuadrado mayor tiene un área de 60 cm². Cuál es la superficie del cuadrado menor.



7.- En la figura tres líneas rectas cortan la M formando 6 triángulos. Tome la letra M limpia y córtela con tres rectas de manera que se formen 9 triángulos.

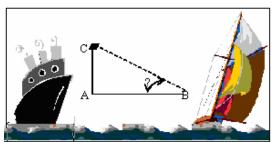




XI Movimiento de vehículos.

1.- Un buque se encuentra en A y una fragata enemiga en B. El buque lleva la dirección AC perpendicular a AB. Si la velocidad de la fragata es dos veces la del buque de carga ¿Qué dirección deberá tomar la fragata para interceptar al carguero?

Se supone que las dos naves avanzan en línea recta es decir, si C es punto del encuentro. ¿Cuál es el ángulo ABC?



2.- El metro que sale de Indios Verdes a C. U. min. De ida y 40min. De regreso. Si cada 2 un nuevo tren de la terminal C. U. A Indios ¿Cuantos trenes en ruta opuesta encontrara uno que salió de Indios Verdes hasta que llega a C.

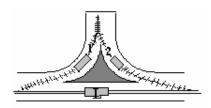


Tarda 40 minutos sale Verdes. de los trenes

que salió de Indios Verdes hasta que llega a C. U. (no se debe contar el tren que sale cuando se llega a C. U.)

3.- Una locomotora L esta en la vía principal de un camino ferroviario. Los furgones marcados por 1 y 2 en el diagrama se encuentran en apartaderos que se unen en sus extremos (parte superior donde sólo hay lugar para un furgón pero no para la locomotora). El problema consiste en cambiar las posiciones de los dos furgones y dejar la locomotora en su posición original en la vía

principal. La locomotora puede empujar o jalar los furgones —puede ir entre ellos jalando uno y empujando al otro- pero ninguno de los furgones puede moverse sin la locomotora.



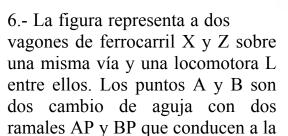
4.- Por un camino estrecho avanzan de izquierda a derecha los automóviles 1 y 2 y de derecha a izquierda los automóviles 3 y 4,

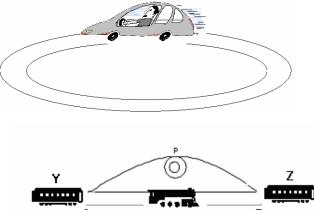


como sólo hay un carril, a la mitad del camino hay un apartadero en el que puede estacionarse un solo coche. ¿Cómo podrán ingeniarse los conductores para proseguir su camino?

5.- Para probar la capacidad de giro de un automóvil se le hace describir un círculo de tal modo que las ruedas exteriores dan doble número de vueltas que

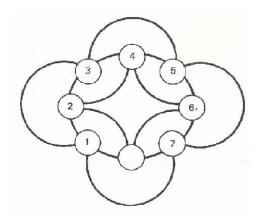
las interiores. La separación entre las ruedas de un mismo eje es de 2 metros. ¿Cuál es el perímetro del círculo exterior?





plataforma giratoria que permite que un vagón que llegue por la vía AP sea depositado en ella y mediante el conveniente giro, embocarlo hacia el ramal BP; o bien al revés, que el vagón provenga del ramal BP y quede embocado al AP. La máquina puede empujar o tirar de los vagones, que, pueden engancharse entre sí. Obtenga un procedimiento que permita cambiar la posición de X y Z quedando L entre ellos.

7.- La figura presenta el plano de una red del metro de una gran ciudad. Cada círculo pequeño representa una estación y cada número un tren en la estación inferior del plano no hay ningún tren. ¿Cómo se deben hacer maniobras con los trenes, moviendo un tren cada vez a la estación que esté vacía, en ese momento, hasta colocarlos en orden inverso, es decir, pasar el 1 a la posición 7, el 2 a la del 6, y así sucesivamente.

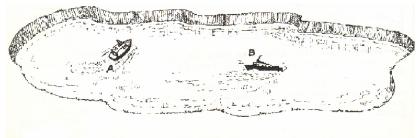


El primer movimiento hay que hacerlo con uno de los trenes 1, 2, 6 o 7.

La inversión del orden se puede hacer en 15 movimientos, obténgalos.



8.- Dos lanchas de juguete de control remoto se hallan en los puntos A y B de un lago, a 200 metros de distancia una de otra. Las dos se controlan con el mismo radiotransmisor, se mueven a la misma velocidad y la lancha situada en B se mueve en dirección perpendicular con respecto al movimiento de la lancha que esta en A. Como deben de avanzar para lograr que se estrellen las lanchas.



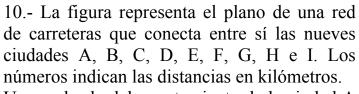
9.- La figura muestra el plano de una vía muerta circular, al final de una línea de ferrocarril.

V representa un vagón de ganado vacuno, L un vagón de ganado lanar, M una

locomotora y P un puente peatonal sobre la vía férrea.

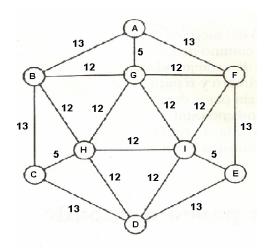
Dada la altura del puente, la locomotora puede pasar por debajo del puente, pero no los vagones, por se mas altos.

¿Como deben hacerse las maniobras para intercambiar entre sí las posiciones de los vagones y al final volver a colocar la maquina en la vía principal?



Un empleado del ayuntamiento de la ciudad A recibe el encargo de inspeccionar todas las carreteras, recorriéndolas en coche. ¿Cuál será el camino más corto que puede seguir, si tiene que regresar a A al final de su recorrido?

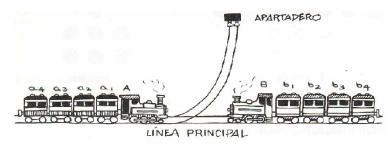




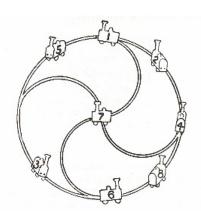
Club de Matemáticas del CCH Naucalpan

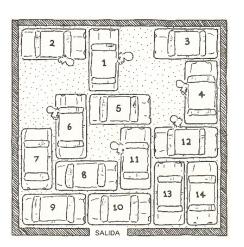
11.- Dos trenes de viajeros, cada uno con cuatro vagones, se encuentran enfrentados en sentidos opuestos en una línea que tiene vía única. La vía principal tiene un apartadero a una vía muerta en la que desgraciadamente sólo

cabe una locomotora con dos vagones. Obtenga la manera de hacer maniobras con los vagones para que los dos trenes puedan cruzarse y continuar su viaje.



- 12.- El diagrama presenta un patio de ferrocarril dirigida con el siguiente criterio. Sólo se permite que las locomotoras permanezcan quietas en los nueve puntos indicados, uno de los cuales esta desocupado en este momento. Se deben mover las locomotoras de un punto al otro, una por vez, en diecisiete maniobras, de modo que sus números quedan en orden numérico en torno del círculo, y que el punto central queda desocupado. Pero una de las locomotoras tiene la caldera apagada y no puede moverse. ¿Cómo lograrlo? ¿Y cuál es la locomotora que permanece inmóvil durante toda la maniobra?
- 13. En un pequeño estacionamiento los coches están colocados como si fueran sardinas. La única manera de mover los coches es dando marcha adelante o marcha atrás. Como hacer el mínimo de movimientos para que el automóvil número 1 pueda salir. Para resolver este problema puedes utilizar algunas fichas de dominó cada una simulando un coche.

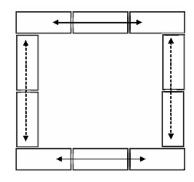






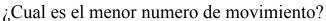
XII Moviendo objetos.

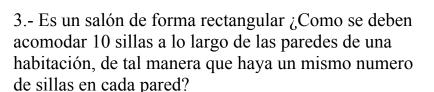
1.- De un paquete de naipes, retire 10 cartas, del as al diez y, contando al as como 1, ordénelas en un cuadrado de manera que la suma de las cartas desde cualquier lado sea 18. Si las acomodo hacia abajo como sé muestra las tres cartas de las filas superior e inferior deben sumar 18 y las cuatro cartas de cada columna lateral deben dar 18.

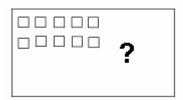


2.- En la figura siguiente aparecen numeradas 6 fichas

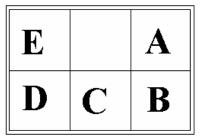
¿Puede invertir el orden de estas fichas para obtener el siguiente arreglo si solamente puede: mover la ficha a un cuadrado vació adyacente o saltar sobre la ficha vecina al cuadrado vació.







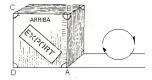
4.- Usando sólo movimientos laterales (horizontal o vertical) al lugar vacío, intercambia los lugares que ocupan A y B.



5.- El tablero contiene las cinco vocales repetidas cinco veces. Corta el cuadrado de 5x5 en cinco trozos de manera que en cada uno aparezcan las cinco vocales.

Ε	Α	Ĩ	0	I
U	Е	U	Е	0
0	Ī	Α	0	Α
ı	C	Е	Α	1
Α	0	U	Е	U

6.- Se debe trasladar una caja cuadrada ABCD de un lugar a otro del almacén haciéndola girar primero alrededor de A hasta que la arista BC quede en la parte superior, después alrededor de B, etc. como lo indica la figura. Dibuja:



a) La trayectoria que sigue el punto B conforme la caja va dando tumbos de un lado a otro.



b) La trayectoria que sigue el punto medio de la arista AB.

- c) La trayectoria que sigue el centro de la cara ABCD.
- 7.- En la siguiente figura con todas las sotas, reinas, reyes y ases de una baraja se colocaron de manera que contiene una carta de cada figura en cada fila o columna.

 a) disponla en un cuadro de 4x4, de forma que cada fila, cada columna y diagonal contengan exactamente una carta de cada figura

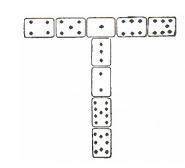


b) encuentra una disposición en la cual todas las filas, columnas y diagonales aparezca una carta de cada palo y una carta de cada figura (hay 72 soluciones).

8.- Un entretenido acertijo de naipes consiste en coger las nueve cartas de un palo, del as hasta el nueve inclusive, y ordenarlas en forma de T, como se muestra en la ilustración, para que los signos de la línea horizontal sumen lo

mismo que los de la columna. En el ejemplo suman 23 en ambos sentidos. Es fácil hacer un ordenamiento correcto.

El problema consiste en determinar de cuantos modos se puede hacer, el número de soluciones es alto. El modo inverso que se obtiene reflejando la ilustración en un espejo no se cuenta como diferente, pero los demás



cambios en la posición de los naipes se darán por válidos. ¿Cuántos modos hay?

9.- Ocho cuadrados del mismo tamaño están sobrepuestos, como en la figura, uno sobre el otro. Si el cuadrado 8 es el último en ser colocado, determina el orden en el que los otros 7 cuadrados fueron colocados.





XIII Cerillos

1.- Moviendo cuatro cerillos hay que dejar cuatro cuadrados iguales.

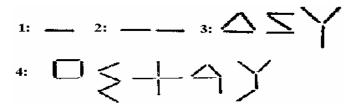


2.- En la figura puede ver 12 cerillos forman un cuadrado de 9 unidades cuadradas.

¿Puede acomodar ahora los cerillos para formar el perímetro de un área de solo cuatro unidades cuadradas? Debe usar el largo completo de cada cerillo?



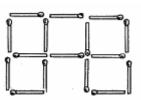
3.- Con uno hasta cuatro cerillos hay estos diseños: ¿Cuantos puedes obtener con cinco cerillos? De manera que:



- -No puede doblar los cerillos,
- -Solamente pueden tocarse en las puntas (no cruce un cerillo sobre otro)
- -Debe considerar que un diseño es elástico y se puede deformar es decir las siguientes figuras corresponden a el mismo diseño:



4.- En la figura tenemos 16 cerillos que forman 5 cuadrados. Hay que mover tres cerillos para dejar solamente cuatro cuadrados.

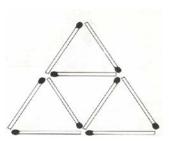


5.- En la figura se ven 12 cerillos dispuestos de forma que abarcan un área de 9 u² (tomando como unidad la longitud del cerillo).

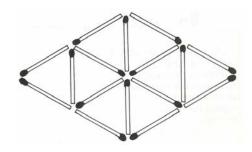


Ordene los cerillos de manera que se produzcan en cada caso las áreas de medida: 3, 4, 5, 6, 7 y 8 unidades cuadradas.

6.- En la figura hay colocados nueve cerillos formando cuatro triángulos equilátero. Trata de construir cuatro triángulos equiláteros utilizando solo seis cerillos.



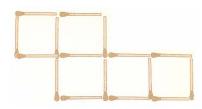
7.- De los 16 cerillos que forman la figura quita cuatro cerillos, de manera que queden exactamente cuatro triángulos equiláteros iguales



8.- La figura presenta una moneda dentro de un recogedor formado por cuatro cerillos. Moviendo únicamente dos cerillos reconstruya la figura para dejar la moneda fuera del recogedor.



9.- En la figura tenemos 16 cerillos que forman 5 cuadrados. Hay que mover dos cerillos para dejar solamente cuatro cuadrados

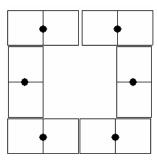




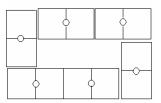
XIV Dominó

El juego de dominó mas antiguo que se conoce fue descubierto en 1922 en la tumba del rey Tutankamen de Egipto (1371-1353 a.n.e). parece haber acuerdo que el juego de Dominó se origino en China y fue introducido en Europa por los comerciantes venecianos en el siglo XIV de nuestra era.

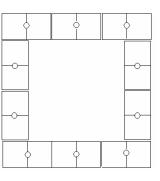
1.- Tome las siguientes piezas de domino: 0-0, 0-1, 1-1, 0-2, 1-2 y 2-2 Colóquelas en un cuadrado de manera que cada lado del cuadrado contenga el mismo número de puntos.



2.- Usando las fichas 0-0, 0-1, 1-1, 0-2, 1-2 y 2-2 forme el rectángulo de (3x5) de manera que cada uno de sus cuatro lados contenga el mismo número de puntos.



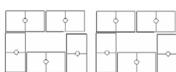
3.- Usando las diez fichas menores del dominó todas hasta el 3-3 (0-0, 0-1, 0-2, 0-3, 1-1, 1-2, 1-3, 2-2, 2-3, 3-3) forme un cuadrado de modo que el número de puntos en cada lado del cuadrado sea el mismo y que en ninguna de las uniones de las fichas coincidan.



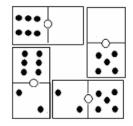
4.- Usando las quince fichas menores del dominó (todas hasta el 4-4) forme tres rectángulos separados de 5 fichas

tres rectángulos separados de 5 fichas cada uno de modo que cada uno de los doce lados (los cuatro lados de cada rectángulo contengan el mismo número de puntos.

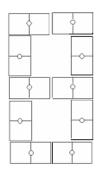




- 5.- Usando las quince fichas menores del dominó (todas hasta el 4-4) forme cinco líneas con tres fichas en cada línea. En cada una de las cinco líneas las piezas vecinas debe coincidir en número y debe haber el mismo número de puntos en cada línea.
- 6.- Se utiliza un juego completo de domino y se sacan todas las piezas que tienen un cuadro con seis puntos; ahora quedan 21 dominós. Acomódelos en siete líneas de tres piezas cada una de modo que cada línea contenga el mismo numero de puntos y todas las piezas hagan parejas.
- 7.- Con las mismas fichas del problema anterior (quitar las que tienen un cuadrado de seis puntos), forme tres rectángulos de siete dominós cada uno, de manera que cada lado de los rectángulos (doce lados) sumen 12 puntos exactamente (no es necesario que las fichas vecinas coincidan en sus puntos).
- 8.- Con las 28 fichas de domino forme siete cuadrados con cuatro dominós en cada cuadrado, donde se unen las piezas coincide el número de puntos (como en la figura). En su solución no esta permitido el ejemplo como uno de sus cuadros.



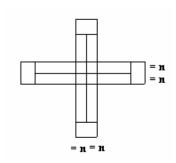
- 9.- Retire del juego todas las piezas que tienen el seis. Con las veintiún fichas restantes forme tres hileras de siete piezas cada una. Cada hilera debe sumar el mismo numero de puntos y todas las piezas vecinas deben coincidir en número.
- 10.- Tome las diez piezas mas bajas del domino (0-0, 0-1, 0-2, 0-3, 1-1, 1-2, 1-3, 2-2, 2-3, 3-3) y colóquelas de tal manera que formen un ocho como el de la figura y además las tres filas horizontales (los dos dominós de arriba, en medio y abajo) y las columnas verticales (los dos lados de la figura) deben tener el mismo numero de puntos.



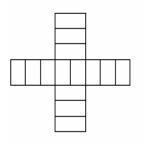
11.- Con las 28 fichas de dominó forma 7 cuadros con 4 dominós cada uno, de manera que en cada uno de los cuadros , los cuatro lados sumen la misma cantidad de puntos. Aunque no necesariamente sumen los 28 lados la misma cantidad.

12.- Con las 28 piezas de domino forme dos cruces como las de la figura.

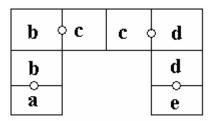
Las barras horizontal y vertical, cada una de 8 fichas, deben tener el mismo numero n de puntos.



13.- El problema es similar al del 60, pero cambia la posición de las piezas a las de la figura.



14.- Con todas las piezas del domino forme siete arcos como el de la figura de manera que las piezas coinciden en puntos en sus lados colindantes, y las piezas horizontales deben sumar el mismo numero de puntos que las dos verticales. (b + 2c + d = a + e + b + d)

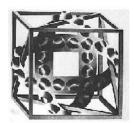


- 15.- Forme un heptágono con cuatro dominós de lado, tal que cada lado tenga el mismo numero de puntos y las piezas vecinas coinciden, incluidas las que están en los ángulos.
- 16.- Cuatro jugadores de dominó, Alberto, Bernardo, Carlos y Diego, han jugado dos veces cada uno; esto es, cada jugador ha puesto ya dos fichas, empezando por Alberto.

Las dos fichas que puso Alberto, suman 23 puntos; las dos de Bernardo 20; las que puso Carlos, 18 puntos y las de Diego 16.

Al tocarle nuevamente a Alberto coloca el 6-2.

¿Cuáles fueron las ocho primeras fichas colocadas y en que orden se colocaron?



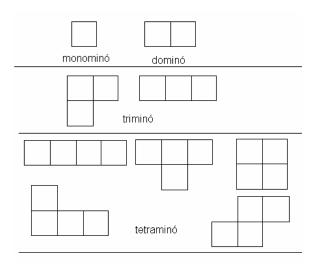
XV Poliminós.

El concepto de "Poliminó" fue introducido por Solomon W. Golomb. En su artículo "Tableros de damas y poliminós" (publicado en American Mathematical Monthly en 1954 cuando Golomb era un estudiante graduado de Harvard de 22 años).

Un poliminó es un conjunto de cuadrados "simplemente conectados en la dirección de la torre". Esto es un conjunto de cuadrados unidos a lo largo de sus bordes, donde una torre de ajedrez se puede mover entre cualquier par de cuadros en un número finito de movimientos.

En la figura se presentan algunos ejemplos de estos tipos de objetos.

Hay un solo tipo de monominó y dominó, dos triminós y cinco tetraminós (las piezas asimétricas, que tienen una



forma diferente cuando se les "voltea" son consideradas como tipos únicos, así en los problemas que se proponen las piezas asimétricas se pueden colocar en cualquiera de sus dos formas reflejadas).

Hay 35 diferentes hexáminos, 108 heptáminos incluyendo el que se muestra en la figura el cual tiene un agujero

- le L
- 1.- obtenga los 12 pentominós diferentes, que pueden construirse.
- 2.- Coloca los doce pentominós en un tablero de ajedrez.
- 3.- El siguiente problema apareció por primera vez en Los acertijos de Canterbury, por Henry Dudeney, en 1907. Coloca los doce pentominós y el tetraminó cuadrado (de 2x2) de manera que formen un tablero de ajedrez (en un cuadrado de 8x8).

- 4,- Cual es el menor número de pieza diferentes de pentominós que se pueden colocar en un tablero de ajedrez de manera que no pueda colocarse una más.
- 5.- Existe un rompecabezas comercial, que consiste en colocar las doce piezas diferentes de pentominós en una tablero rectangular de 6X 10 unidades, el juego señala que existen más de 1000 soluciones, obtenga una de tales soluciones.
- 6.- Coloca los doce pentominós en un tablero de 5x12.
- 7.- Coloca los doce pentominós en un tablero de 4x15