

**Tarea N. 1 de Matemáticas IV. Grupo: 08 Prof.: Alejandro Martínez A.**

Fecha límite de entrega: \_\_\_\_\_ hasta las 9:00 de la mañana.

1. Muestre mediante derivación que función o la familia es solución de la ecuación diferencial dada.

a)  $e^{xy} + y - x = c$ ;  $\frac{dy}{dx} = \frac{e^{-xy} - y}{e^{-xy} + x}$       b)  $y - \ln y = x^2 + 1$ ;  $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{y - 1}$

2. Resolver cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales

a)  $(2xy - xy^2)dx - (x^2 + 1)dy = 0$

b)  $y(3x^2 + \ln y)dx + xdy = 0$ . Sustitución  $z = \ln y$

c)  $(2x^3y^2 + 2x + y)dx - (2x^2y^3 - x + 2y)dy = 0$ . Factor integrante  $\mu = \mu(z)$  con  $z = xy$

d)  $(x^2 + 2xy - y^2)dx + (y^2 + 2xy - x^2)dy = 0$

3. Considere la población  $y(t)$  de peces en un gran lago,  $t$  medido en años. En cualquier instante  $t$  se tiene que la tasa de neta de la población está dada por

$$\frac{dy}{dt} = y'(t) = \text{tasa de nacimiento} - \text{tasa de muerte} - \text{tasa de captura},$$

donde cada tasa se mide en toneladas por año.

A partir de muchas observaciones de una gran cantidad de especies durante varios años, se sabe que la cantidad de peces que nacen y mueren es proporcional al tamaño de la población.

$$\text{Tasa de nacimiento en el instante } t = by(t)$$

$$\text{Tasa de mortalidad en el instante } t = (m + cy(t))y(t),$$

donde  $b, m$  y  $c$  son constantes de proporcionalidad no negativas. Si  $H$  es la tasa de captura, entonces se obtiene una ecuación diferencial para  $y(t)$ :

$$y' = by - (m + cy)y - H = ay - cy^2 - H, \quad \text{donde } a = b - m \text{ se supone positiva.}$$

Resolver  $y' = y - \frac{y^2}{12} - \frac{5}{3}$ ,  $y(0) = y_0 \geq 0$ . Trace las gráficas para diferentes valores de  $y_0$ .

4. Desde el instante  $t = 0$  se bombea salmuera con 0.2 libras de sal por galón a razón de 10 gal/min en un tanque, de 200 galones de capacidad, lleno con una solución salina, en el cual hay inicialmente 80 libras de sal disueltas. La mezcla resultante se desborda con la misma razón en un segundo tanque de 200 galones que inicialmente contenía solo agua pura, y de ahí se derrama al piso. Suponiendo una mezcla perfecta en ambos tanques, ¿en qué momento será más salada el agua del segundo tanque?

5. Determine las trayectorias ortogonales de la familia de curvas  $\mathcal{C}_1 : x^2 - 2c_1x + 2y^2 = 0$ .