UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIADS BÁSICAS– DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

TAREA: VECTORES, RECTAS Y PLANOS

Alejandro Martínez A.

VECTORES

1. Determine los valores de a, si existen, de modo que el vector $\vec{\mathbf{u}} = (1, 1, -4)$ esté en el espacio generado por $S = \{\vec{\mathbf{v}}_1 = (a, -1, 1), \vec{\mathbf{v}}_2 = (1, -1, a)\}$

2. Sean $\vec{\mathrm{a}} = (2, 1, 3)$, $\vec{\mathrm{b}} = (1, 1, 3)$ y $\vec{\mathrm{c}} = (3, 3, -1)$. Halle un vector $\vec{\mathrm{u}}$ que sea combinación lineal de $\vec{\mathrm{a}}$ y $\vec{\mathrm{b}}$, perpendicular a $\vec{\mathrm{c}}$ y tenga norma $\sqrt{40}$.

3. Sean $\vec{\mathrm{a}}, \vec{\mathrm{b}}$ y $\vec{\mathrm{c}}$ vectores de $\mathbb{R}^3$ tales que $\|\vec{\mathrm{a}}\| = 3$, $\|\vec{\mathrm{b}}\| = 2$, el ángulo entre $\vec{\mathrm{a}}$ y $\vec{\mathrm{b}}$ es $\theta = 2\pi/3$ y $\vec{\mathrm{c}} = (\vec{\mathrm{a}} + \lambda\vec{\mathrm{b}}) + (\vec{\mathrm{a}} \times \vec{\mathrm{b}})$. Halle el valor o valores de λ, si existe(n), de modo que $\|\vec{\mathrm{c}}\| = \sqrt{40}$.

RECTAS Y PLANOS

4. Halle ecuaciones paramétricas para la recta que satisface las condiciones

(a) Pasa por el punto $(2, 4, 3)$ y es perpendicular a los vectores $\vec{\mathrm{u}} = (2, -1, -3)$ y $\vec{\mathrm{w}} = (-3, 2, 1)$.

(b) Pasa por el punto $P(4, 5, -3)$, es paralela al plano $\pi : 2x - 3y + z = 3$ y se corta con la recta $\mathcal{L}_1 : \begin{cases} x &= 1 - 2t \\ y &= 2 + 3t, \ t \in \mathbb{R}. \\ z &= 4 - \ \ t \end{cases}$

5. Considere las rectas

$$\mathcal{L}_1 : \begin{cases} x = & 2 + 5t \\ y = & 4 + 7t, \ t \in \mathbb{R} \\ z = & 3 + \ \ t \end{cases} \quad \text{y} \quad \mathcal{L}_2 : \begin{cases} x &= \ \ 1 + r \\ y &= \ \ 2 + r, \ r \in \mathbb{R}. \\ z &= -\frac{1}{2} - 2r \end{cases}$$

(a) Determine el punto donde se intersecan las rectas.

(b) Halle el ángulo agudo entre ellas.

(c) Encuentre una ecuación cartesiana para el plano que las contiene.

6. Considere el plano $\pi_1 : 2x - 2y + 3z = 6$.

(a) Determine cuál o cuáles de las siguientes rectas está contenida en π_1:

$$\mathcal{L}_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}, \quad \mathcal{L}_2 : \begin{cases} x = 3 - r \\ y = 3 + 2r; \ r \in \mathbb{R}. \\ z = 2 + 2r \end{cases} \quad \text{y} \quad \mathcal{L}_3 : \begin{cases} x = 2 - 4\lambda \\ y = 5 + 2\lambda; \ \lambda \in \mathbb{R}. \\ z = 4 + 5\lambda \end{cases}$$

(b) Muestre que las rectas se cortan dos a dos, encontrando el punto de intersección entre cada par de rectas y calcule el área del triángulo que se forma.

(c) Halle ecuaciones paramétricas para la recta $\mathcal{L}_4$ que es perpendicular al plano π_1 y pasa por el punto de intersección entre $\mathcal{L}_1$ y $\mathcal{L}_2$.

FALSO Y VERDADERO. Responda verdadero o falso cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique claramente sus respuestas.

7. ___ No existen valores de a y b que hagan que los vectores $\vec{\mathrm{u}} = (-3, a, -4, a)$ y $\vec{\mathrm{v}} = (2, 6, b, b)$ sean paralelos.

8. ___ 20 es el valor del volumen del paralelepípedo cuyos lados adyacentes son los vectores $\vec{\mathrm{u}} = (1, 2, 2)$, $\vec{\mathrm{v}} = (-2, 1, 3)$ y $\vec{\mathrm{w}} = (-3, 5, 1)$.

9. ___ Si $\big((x, y, z) \times \hat{\boldsymbol{k}}\big) \cdot (2, 0, 3) = 4$, entonces $y = 2$.

10. ___ Si $\vec{\mathrm{a}}$ y $\vec{\mathrm{b}}$ dos vectores de $\mathbb{R}^3$ que forman un ángulo $\varphi = 2\pi/3$ tales que $\|\vec{\mathrm{a}}\| = 3$ y $\|\vec{\mathrm{b}}\| = 4$, entonces $\vec{\mathrm{a}} \cdot \vec{\mathrm{b}} = 6$.