



Segundo Parcial de Álgebra Lineal

Profesor: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_ Grupo: 05

Fecha: 25 de marzo de 2014

Tiempo: 1 hora 50 minutos

Nota:

**Responda en forma clara, ordenada y justificando cada una de sus respuestas.**

1.  **VECTORES**

- a) Sean  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  vectores de  $\mathbb{R}^3$  tales que  $\|\vec{u}\| = 4$  y el ángulo entre  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  es  $\theta = \frac{\pi}{3}$ . Si  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 12$  y la dirección de  $\vec{v}$  es  $\text{dir } \vec{v} = (1/3, -2/3, 2/3)$ , determine  $\vec{v} = (x_1, y_1, z_1)$ .  
Recuerde:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta$  y  $\text{dir } \vec{v} = (\cos \alpha_1, \cos \alpha_2, \cos \alpha_3) = \left( \frac{x_1}{\|\vec{v}\|}, \frac{y_1}{\|\vec{v}\|}, \frac{z_1}{\|\vec{v}\|} \right)$ .
- b) Determine los valores de  $\alpha$ , si existen, de modo que los vectores  $\vec{v}_1 = (1, 1, 2)$ ,  $\vec{v}_2 = (1, -1, \alpha)$  y  $\vec{v}_3 = (\alpha, -1, 4)$  sean linealmente dependientes.
- c) Si  $\|\vec{a}\| = 3$ ,  $\|\vec{b}\| = 2$ , el ángulo entre  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  es  $\theta = \frac{2\pi}{3}$  y  $\vec{c} = (\vec{a} + \lambda\vec{b}) + (\vec{a} \times \vec{b})$ , halle el valor o valores de  $\lambda$ , si existen, de modo que  $\|\vec{c}\| = \sqrt{40}$ . Recuerde:  $\|\vec{c}\|^2 = \vec{c} \cdot \vec{c}$ .

2.  **RECTAS Y PLANOS**

Considere el plano  $\pi_1 : 3x - y + 2z = 12$  y las rectas

$$\mathcal{L}_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}; \quad \mathcal{L}_2 : x = 3-t, y = -5+t, z = -1+2t; t \in \mathbb{R}.$$

- a) Halle el punto de intersección entre  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_2$ .
- b) Determine cuál de las rectas  $\mathcal{L}_1$  o  $\mathcal{L}_2$  está contenida en el plano  $\pi_1$ .
- c) Encuentre la ecuación cartesiana del plano  $\pi_2$  que contiene a las rectas  $\mathcal{L}_1$  y  $\mathcal{L}_2$ .
3.  **FALSO Y VERDADERO. Responda verdadero o falso cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique claramente sus respuestas.**

- a) \_\_\_ Si  $[(x, y, z) \times \hat{k}] \cdot (2, 0, 1) = 4$ , entonces  $y = -2$ .
- b) \_\_\_ La recta  $\mathcal{L} : x = 1-t, y = 1-2t, z = 3+t; t \in \mathbb{R}$  y el plano  $\pi : 2x + 4y - 2z = 5$  son perpendiculares.
- c) \_\_\_ el vector  $\vec{u} = (2, 3)$  es combinación lineal de los vectores  $\vec{v}_1 = (1, 2)$ ,  $\vec{v}_2 = (-1, 1)$  y  $\vec{v}_3 = (2, -1)$ .
- d) \_\_\_ El volumen del paralelepípedo cuyos lados adyacentes son los vectores  $\vec{u} = (1, -1, 2)$ ,  $\vec{v} = (-2, -3, 1)$  y  $\vec{w} = (3, 2, 4)$  es  $V = -15$ .