Universidad Tecnológica de Pereira

Universdad Tecnológica de Pereira
Facultad de Ciencias Básicas
Departamento de Matemáticas

Examen Final de Matemáticas IV Prof. Alejandro Martínez A. Grupo: ___

NOTA: Todos los procedimientos para obtener las respuestas deben aparecer en sus hojas de respuestas.

Nombre: ____________________________________ Código:____________________

Fecha: 5 de junio de 2015 Calificación:

1. Halle $\mathscr{L}\left\{\dfrac{e^{3t}f(t)}{t}\right\}$ si $\mathscr{L}\left\{e^{2t}f(t)\right\} = \dfrac{2}{s^2-4s+8}$.

2. Use transformada de Laplace para resolver el PVF

$$tx'(t) - (t+5)x(t) = -8te^t;\ x(1) = e.$$

3. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales mediante eliminación sistemática

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} &= 1 - e^{2t} \\ x + \frac{dy}{dt} &= 0 \end{aligned}$$

4. Una solución de un sistema $\mathbf{x}' = \boldsymbol{A}\mathbf{x}$ es $\mathbf{x}_1(t) = e^{-3t}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y el polinomio característico de $\boldsymbol{A}$ es $p(\lambda) = -(\lambda^3 - 3\lambda^2 - 9\lambda + 27)$. Determine la solución $\mathbf{x}(t)$ tal que $\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, si $\mathbf{k}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $\mathbf{k}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ son dos vectores propios LI de $\boldsymbol{A}$ asociados al otro valor propio.

5. Muestre que la identidad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)a_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+1} = 0$ implica $a_k = -\dfrac{a_{k-1}}{k(k+1)}$ para $k = 1, 2, 3, \ldots$. Use este hecho para encontrar una solución en la forma $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+r}, a_0 \neq 0$ para la ecuación diferencial $xy'' + y = 0$.

NO HAY CONSULTA